

BESCHREIBUNG VON HYPERKERNEN MIT DER DICHTABHÄNGIGEN, RELATIVISTISCHEN HADRONENFELDTHEORIE

Diplomarbeit
vorgelegt von

Christoph M. Keil

aus Linden

Institut für Theoretische Physik I
der Justus-Liebig-Universität Gießen

Gießen im Februar 1999

INHALTSVERZEICHNIS

Inhaltsverzeichnis	3
1 Einleitung	5
2 Dichteabhängige SU(3)-Hadronenfeldtheorie	13
2.1 Hadronenfeldtheorie	14
2.1.1 Die Meanfield Näherung	17
2.2 Wechselwirkung der Hadronen	19
2.2.1 Bosonen-Austausch-Potentiale	20
2.2.2 Dichteabhängige Potentiale	21
2.2.3 Dichteabhängige NN Wechselwirkung in Kernmaterie	23
2.3 Dichteabhängige Hadronenfeldtheorie	25
2.3.1 Das dichteabhängige SU(3)-Modell	27
2.3.2 Reduktion zum dichteabhängigen MF-Modell	30
3 Dichteabhängige Λ-N-Feldtheorie	33
3.1 Das Λ -N-Modell	33
3.2 Die Wechselwirkung zwischen Λ s und Mesonen	35
3.2.1 Festlegung von R_σ und R_ω	41
3.3 Zusammenfassung	43
4 Resultate	45
4.1 Einfach- Λ -Hyperkerne	45
4.1.1 Aufbau	45
4.1.2 Einteilchenspektren	49
4.2 Multi- Λ -Hyperkerne	51
4.2.1 Eine erweiterte Bethe-Weizsäcker Massenformel	61
4.3 Vergleich mit Experimenten und anderen Modellen	66
4.3.1 Einteilchenspektren	66

4.3.2	Multi- Λ -Hyperkerne in verschiedenen Modellen	69
4.4	Zusammenfassung und Ausblick	75
A1	Lösung der stationären Dirac Gleichung für sphärische Systeme	79
A2	Parametrisierungen und Konstanten	81
A2.1	Parameter des Modells mit Λ_s	81
A2.2	Parameter des phänomenologischen RMF Modells [Ruf 90]	82
A3	Die Bethe-Weizsäcker-Massenformel	83
	Danksagung	87
	Literaturverzeichnis	89

1.

Einleitung

Im Energiebereich ≤ 2 GeV wird die innere Struktur der Hadronen durch die drei Flavor-Freiheitsgrade der up- (u), down- (d) und strange- (s) Quarks bestimmt. Das u- und das d-Quark sind durch die SU(2)-Isospin-Symmetrie der Quantenchromodynamik (QCD) miteinander verknüpft, sie bilden ein Isodublett $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$. Die Isospin-Symmetrie ist auch

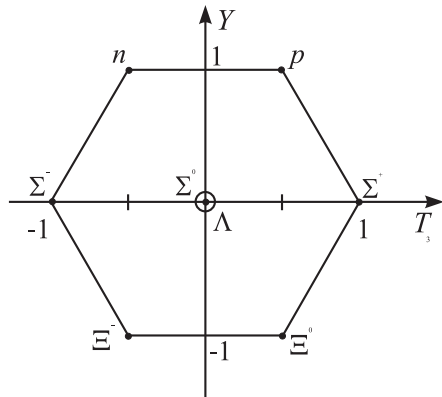


Abbildung 1.1: Das Oktett der Spin $\frac{1}{2}$ Baryonen

im Bereich der Baryonen noch gut erhalten. Sie zeigt sich zum Beispiel in Kernspektren (Spiegelkerne) und Nukleon-Nukleon-Streuexperimenten.

Erweitert man diese leicht gebrochene SU(2) Symmetrie um das s-Quark, so gelangt man zur Flavor-Symmetriegruppe $SU(3)_f$ ¹. Diese "Symmetrie" ist allerdings im nichtperturbativen hadronischen Sektor der QCD ziemlich stark verletzt. Sie eignet sich dennoch zur Klassifikation der SU(3)-Hadronen. Bei dieser Klassifikation

der Baryonen tritt neben der Isospinquantenzahl T_3 der SU(2) die Hyperladung Y auf,

¹Eine ausführliche Behandlung der Flavor-Symmetrie ist z.B. in [Mos 89, Che 84] zu finden

		S	Masse/MeV	τ/s	
Λ	Isosinglett	0	-1	1115.683 ± 0.006	$(2.623 \pm 0.020) \times 10^{-10}$
Σ^+	Isotriplett	+1	-1	1189.37 ± 0.07	$(0.799 \pm 0.004) \times 10^{-10}$
Σ^0		0	-1	1192.642 ± 0.024	$(7.4 \pm 0.7) \times 10^{-20}$
Σ^-		-1	-1	1197.449 ± 0.030	$(1.479 \pm 0.011) \times 10^{-10}$
Ξ^0	Isodublett	0	-2	1314.9 ± 0.6	$(2.90 \pm 0.09) \times 10^{-10}$
Ξ^-		-1	-2	1321.32 ± 0.13	$(1.639 \pm 0.015) \times 10^{-10}$
Ω^-	Isosinglett	-1	-3	1672.45 ± 0.29	$(0.822 \pm 0.012) \times 10^{-10}$

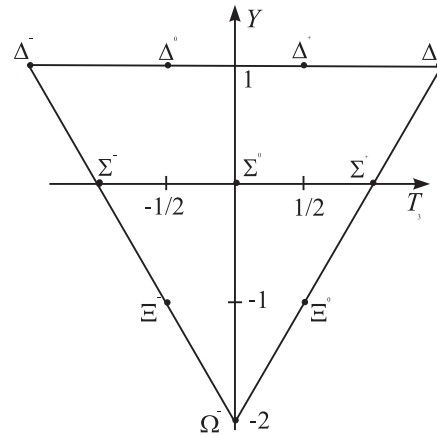
Tabelle 1.1: Hyperonen des Spin $\frac{1}{2}$ Oktetts

die definiert ist als:

$$Y = B + S. \quad (1.1)$$

Hierbei ist B die Baryonenzahl, welche für jedes Baryon gleich Eins, und für jedes Meson gleich Null ist (oder anders gesagt für jedes Quark $\frac{1}{3}$ und für jedes Antiquark $-\frac{1}{3}$ beträgt). Die Quantenzahl S wird als die “Strangeness” eines Systems bezeichnet. Jedes s-Quark trägt $S = -1$, während \bar{s} -Quarks $S = +1$ besitzen. Die Hyperladung Y ist, wie ihre Definition zeigt, eine additive Quantenzahl. Die Wahl von Y und T_3 als Quantenzahlen ist nicht die einzig mögliche, aber die allgemein übliche zur Klassifizierung der SU(3)-Teilchen. Mit der Einführung des s-Quarks treten neben Proton und Neutron weitere Baryonen auf, die Hyperonen. Tabelle 1.1 zeigt deren Quantenzahlen und Eigenschaften in einer Übersicht. Die Nukleonen (Protonen und Neutronen) und Lambdas lassen sich mit Hilfe der SU(3)-Quantenzahlen T_3 und Y in das Oktett der Spin-1/2-Baryonen (siehe Abbildung 1.1) einordnen.

Es existiert noch ein weiteres Hyperon, das Ω^- , welches aber nicht im Oktett enthalten ist, da es im Gegensatz zu diesen Teilchen, die alle Spin $\frac{1}{2}$ tragen, ein Baryon mit Spin $\frac{3}{2}$ ist, und somit im Decuplett der Spin $\frac{3}{2}$ Resonanzen sitzt, welches in Abbildung 1.2 dargestellt ist. Aufgrund der Symmetrieeigenschaften der Ortswellenfunktion ist es nicht möglich, unter Beachtung des Pauli-Prinzips, ein Baryon mit drei identischen Flavors, wie sie das Ω besitzt, und Spin $\frac{1}{2}$ zu konstruieren.

Abbildung 1.2: Das Decuplett der Spin $\frac{3}{2}$ Baryonen

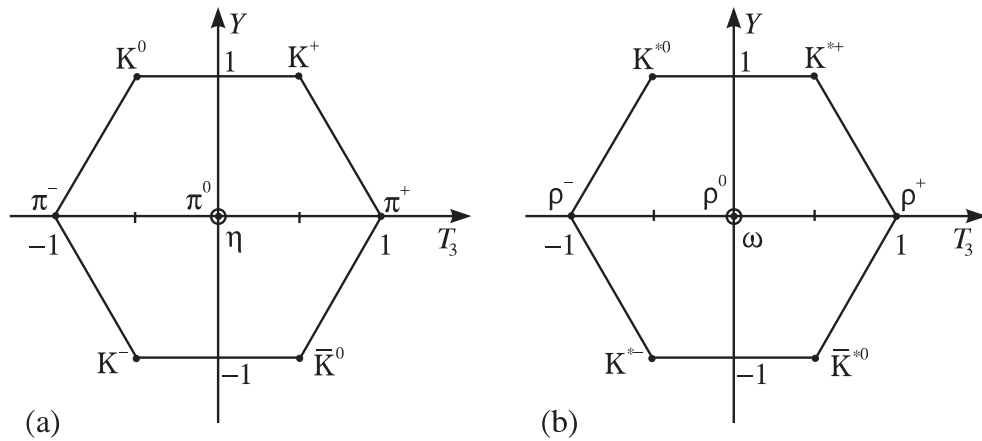


Abbildung 1.3: (a) Das Oktett der pseudoskalaren Mesonen, (b) Das Oktett der Vektormesonen

Durch die Erweiterung des Isospins zur $SU(3)$ treten weiterhin neben den Nicht-Strange-Mesonen π , ω und ρ die Kaonen, das ϕ - und das η -Meson auf. Wie die Baryonen lassen sich auch die $SU(3)$ -Mesonen nach T_3 und Y klassifizieren. Die zugehörigen $SU(3)$ -Oktetts sind in Abbildung 1.3 dargestellt.

Da Hyperonen instabil gegen den Zerfall durch schwache Wechselwirkung sind, bestehen die in der Natur vorkommenden Atomkerne ausschließlich aus den Baryonen des Isospin-Sektors. Durch den Beschuß von Atomkernen mit π - oder K -Mesonen und in Schwerionen-Reaktionen lassen sich jedoch metastabile Baryonen-Cluster erzeugen, die neben Protonen und Neutronen auch Hyperonen enthalten. Diese als **Hyperkerne** bezeichneten Objekte zerfallen nach etwa 10^{-10} s wieder durch schwache Wechselwirkung in einen (angeregten) nukleonischen Kern und ein Pion.

Die Untersuchung von Hyperkernen bietet für die Physik der stark wechselwirkenden Materie ein weites Feld an neuen Möglichkeiten, welche ein tieferes Verständnis des Verhaltens von Hadronen bringen können. Dies gilt vor allem für die Erforschung der Kernstruktur, in der der Aufbau – sprich, die Dichte- und Ladungsverteilungen – der Atomkerne, sowie deren Einteilchen-Spektren und Gesamtbindungsenergien studiert werden. In diesem Zusammenhang können die Hyperonen nämlich als hadronische Sonden in gewöhnlichen Kernen eingesetzt werden. Wegen ihrer Unterscheidbarkeit von Protonen und Neutronen sind sie von Pauli-Verboten in Kernen ausgenommen, und können somit stark wechselwirkende Strukturen im Kerninneren ausleuchten. So können Einteilchenanregungen eines Hyperons selbst für die innersten Orbitale beobachtet werden, die im Nukleonenspektrum nur über schwer zu interpretierende Teilchen-Loch-Anregungen zugänglich wären. Insbesondere ist es möglich, über die Spektroskopie an Hyperkernen die Validität des Einteilchenbildes für tiefgebundene Nukleonen zu überprüfen. Unter Zuhilfenahme von Modellen zur Beschreibung des Kernaufbaus (z.B. Hadronenfeldtheorien, Schalenmodelle) können desweiteren Erkenntnisse über die (mediummodifizierte) Wechselwirkung der Λ s gewonnen werden. Auch bieten Hyperkerne mit Strangeness-Inhalt > 2 die wohl einzige Möglichkeit, um Hyperon-Hyperon-Wechselwirkungen zu studieren.

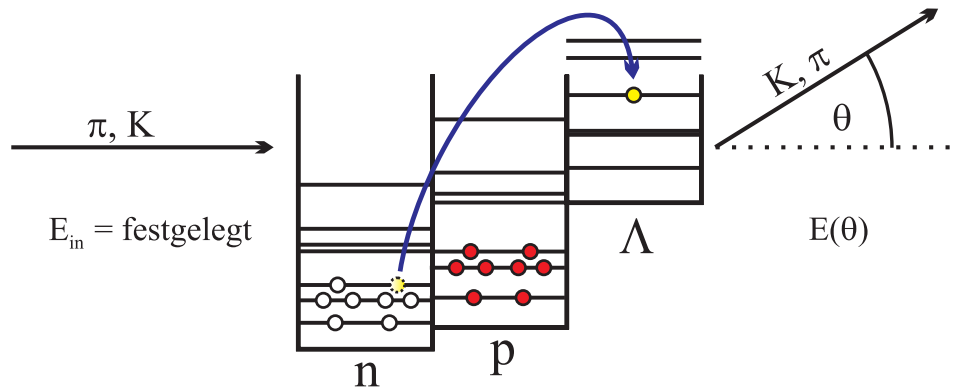


Abbildung 1.4: Schematische Darstellung der Spektroskopie von Hyperkernen mit Mesonenstrahlen

Die erste Beobachtung eines Hyperkerns (siehe Abb. 1.5) stammt von Danysz und Pniewski [Dan 53] aus dem Jahre 1952 und wurde zu dieser Zeit verständlicherweise kontrovers diskutiert. Als mögliche Interpretationen dieser Aufnahme wurden sowohl ein in einem Kern gebundenes Hyperon, als auch ein mesonisches Atom mit großer Lebensdauer vorgeschlagen. Mit der Entdeckung ähnlicher Ereignisse kurze Zeit später, bei welchen jeweils eines der Zerfallsprodukte ein π^- war, wurde klar, daß es sich um Hyperkerne handeln mußte, und zwar – aufgrund der niedrigen Energie des beim Zerfall emittierten Mesons – um Λ -Hyperkerne. Inspiriert durch diese Beobachtungen in kosmischer Strahlung wurden bis in die frühen siebziger Jahre weiterführende Beschleunigerexperimente mit K^- -Strahlen unternommen, bei denen man, hauptsächlich unter Verwendung von Emulsionstechniken, die Grundzustandseigenschaften von Hyperkernen untersuchte. Ab der Mitte der siebziger Jahre war es dann auch möglich, spektroskopische Experimente durchzuführen (CERN, BNL, KEK), bei welchen nun zusätzlich angeregte Zustände in (hauptsächlich Λ -) Hyperkernen identifiziert werden konnten. Aufgrund der niedrigen Produktionswirkungsquerschnitte liegt die Gesamtzahl der Hyperkernereignisse aus all diesen Experimenten aber lediglich in der Größenordnung von 10^3 und die Auflösung der Einteilchenspektren bestenfalls bei 1-2 MeV.

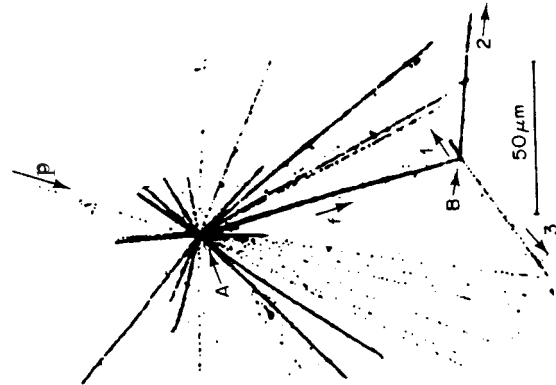


Abbildung 1.5: Erste Evidenz für Hyperkerne, Danysz '52, [Dan 53]

Bei den spektroskopischen Experimenten benutzt man in erster Linie die Elementarprozesse ❶ $\pi^+(n, \Lambda) K^+$ und ❷ $K^-(n, \Lambda) \pi^-$, die in Abb. 1.6 dargestellt sind. Bei ❶

annihiliert das \bar{d} -Quark des π^+ mit dem d-Quark des Neutrons und erzeugt dabei ein $s\bar{s}$ Paar, so daß als Reaktionsprodukte ein Λ und ein K^+ entstehen. Aufgrund von OZI-Unterdrückung², hat dieser Prozeß allerdings nur einen Wirkungsquerschnitt von $10 \mu\text{b}/\text{sr}$. In Reaktion ② 'tauscht' das K^- lediglich sein s-Quark gegen das d-Quark des Neutrons ein, wodurch ein Λ und ein π^- im Ausgangskanal entstehen. Hier liegt der Wirkungsquerschnitt um zwei Größenordnungen höher. Neben den Wirkungsquerschnitten unterscheiden sich die beiden Reaktionen auch wesentlich in ihrer Kinematik, sprich dem Rückstoßimpuls, welcher von dem Hyperon davongetragen wird. Dieser ist aber eine essentielle Größe bei der Herstellung von Hyperkernen, da das produzierte Baryon nur bei einem Rückstoßimpuls von q

k_F ($k_{F, \text{nuc}} \approx 280 \text{ MeV}$) im Kern verweilt, und somit Aufschluß über dessen innere Struktur geben kann. Abb. 1.7 zeigt die Rückstoßimpulse für verschiedene Prozesse zur Produktion von Hyperonen. Bei den Reaktionen $KN \rightarrow \Sigma\pi$ sowie $K^-n \rightarrow \Lambda\pi$ stellt man fest, daß diese Prozesse für $P_{\text{Lab}} = 0.3 \text{ GeV}/c$ bzw. für $P_{\text{Lab}} = 0.5 \text{ GeV}/c$ rückstoßfrei ablaufen. Dies erhöht die Ausbeute an Hyperkernen

gegenüber (π, K) -Experimenten noch einmal erheblich, da der auf das Hyperon übertragene Rückstoßimpuls bei den (π, K) -Reaktionen immer mindestens in der Größe von $k_{F, \text{nuc}}$ liegt. Aufgrund ihres großen Absorptions-Wirkungsquerschnitts in Kernmaterie reagieren die Kaonen und Pionen bereits im Randbereich des Kerns. Reaktion ① führt daher fast ausschließlich zu reinen Λ -Einteilchenzuständen, während die K^- auch hohe Nichtvalenzschalen-Neutronen umwandeln können und dadurch zusätzlich Teilchen-Loch-Kanäle im Spektrum besitzen. Der Unterschied beruht auf dem kleineren Absorptions-Wirkungsquerschnitt σ_{abs} der Kaonen in nuklearer Materie.

Bei den spektroskopischen Experimenten wird ein π^- bzw. K^- -Strahl definierter Energie extrahiert, und damit ein Target beschossen. Die Energie des so produzierten Kaons bzw. Pions wird dann in Abhängigkeit vom Streuwinkel bestimmt (Abb. 1.4), da die Winkelabhängigkeit der Spektren bei der Auswertung Aufschluß über den Drehimpuls des produzierten Zustandes gibt. Zusammen mit der absoluten Lage der Peaks im Spektrum, die mit dem Neutronenspektrum des zugrundeliegenden Atomkerns verglichen werden, ordnet man den Resonanzen dann Einteilchenzustände des Schalenmodells zu. Die so aus (π, K) -Experimenten gewonnen Daten sind in Abb. 1.9 ge-

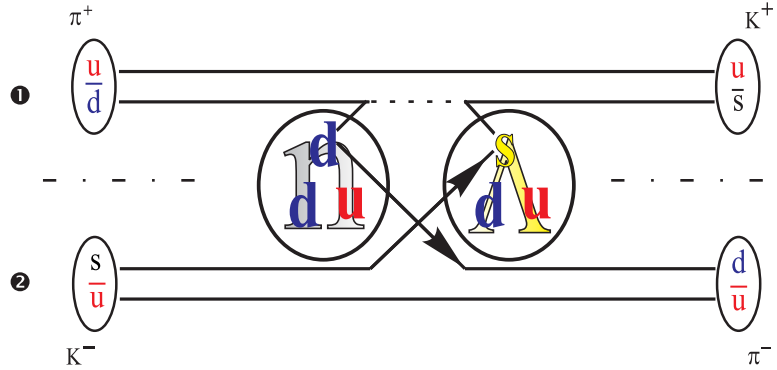


Abbildung 1.6: Elementarprozesse zur Produktion von Λ -Hyperonen in $K^-(n, \Lambda) \pi^-$ und $\pi^+(n, \Lambda) K^+$ Reaktionen

²Prozesse $q_i \bar{q}_i \rightarrow q_j \bar{q}_j$ sind mit α_s^3 unterdrückt, da bei diesen aus Paritätsgründen und zur Gewährleistung der Farbneutralität mindestens 3 Gluonen ausgetauscht werden müssen. OZI steht für Okubo, Zweig und Iizuka. Siehe hierzu z.B. [Per 87, Rol 94]

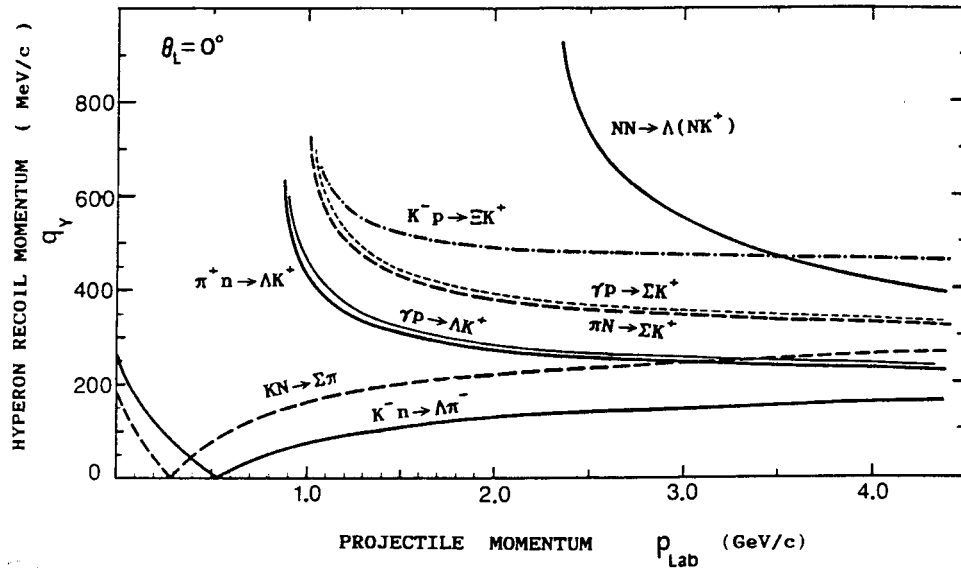


Abbildung 1.7: Impulsübertrag bei der Produktion von Hyperonen durch inelastische Nukleon-Meson-Streuung [Ban 90]

zeigt. Die vorhandenen Daten geben bereits wichtige Hinweise auf die Struktur von Hyperkernen. Wenn auch die gemessenen Einteilchenspektren keine ausreichende Auflösung besitzen, um Spin-Bahn-Aufspaltungen zu extrahieren, so zeigen die Daten doch, daß diese offensichtlich erheblich geringer ist als bei gewöhnlichen Kernen. Für die 1p-Schalen-Aufspaltung im ^{13}C existiert in der Literatur ein Wert von (0.36 ± 0.3) MeV [Mil 85], der dies bestätigt. Eine sehr intuitive Deutung hierfür folgt aus der Spinwellenfunktion der Konstituentenquarks des Λ (Abb. 1.8). Da die Spin-Bahn-Aufspaltung im Kern durch das vektorielle ω -Meson vermittelt wird, der u-d-Anteil des Λ aber ein Spin-Singulett ist, ergibt sich keine Spin-Bahn-Aufspaltung der Λ -Einteilchen-Niveaus. Aus der Extrapolation der Einteilchenspektren in Abb. 1.9 zu $A = \infty$ erhält man für das Λ -Potential in unendlicher Kernmaterie einen Wert von ~ -30 MeV (im Vergleich hierzu liegt das Nukleonpotential in unendlicher Kernmaterie bei -60 MeV).

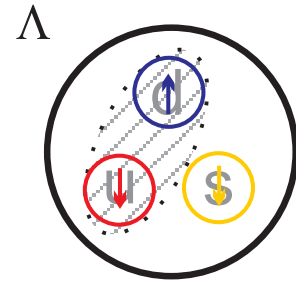


Abbildung 1.8: Im Λ koppeln die Spins des u- und d-Quarks zu 0, sodaß der Gesamtspin vom s-Quark getragen wird

Die experimentell bestimmte Lebensdauer von Λ -Hyperkernen liegt bei 10^{-10} s, was der Lebensdauer eines freien Λ entspricht. Dies ist insofern erstaunlich, als Λ s zu fast 100% in Nukleonen und Pionen zerfallen. Da die unteren Protonen- und Neutronen-Niveaus aber bereits besetzt sind, sollte der Zerfall aufgrund von Pauli-Verboten verzögert sein.

In dieser Arbeit wird die Struktur von Hyperkernen im Rahmen einer dichteabhängigen Hadronenfeldtheorie [Len 95a] untersucht, die sich für gewöhnliche Kerne bereits bewährt hat und in diesem Bereich ausgezeichnete Ergebnisse erzielt. Diese Theorie verwendet mikroskopisch motivierte Nukleon-Nukleon-Wechselwirkungen, was die Anzahl der rein phänomenologischen Parameter erheblich reduziert und somit die gesamte Theorie auf

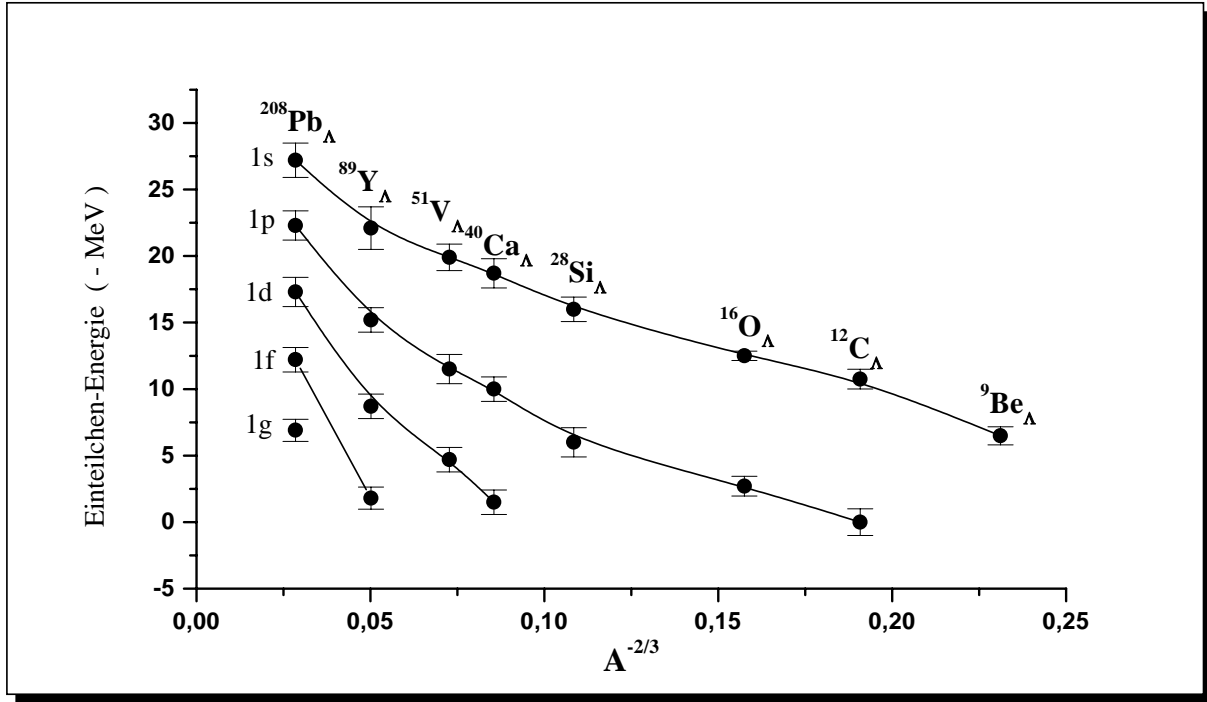


Abbildung 1.9: Einteilchenspektren aus π ($^A X$, $^A X_\Lambda$) K Spektroskopie, [Aji 95, Pil 91]

eine weitaus elementarere Basis stellt, als dies für herkömmliche Hadronenfeldtheorien, wie zum Beispiel die QHD (Quantenhadrodynamik) [Ser 86] (siehe auch Abschnitt 2.1), der Fall ist. In Kapitel 2 wird zuerst in Abschnitt 2.1 eine $SU(3)_F$ -Hadronenfeldtheorie vom QHD-Typ vorgestellt und deren Reduktion zur Meanfield (MF) Theorie diskutiert. Abschnitt 2.2 beschäftigt sich dann mit der baryonischen Wechselwirkung und deren Modifikation in Kernmaterie. Mit Hilfe dieser Wechselwirkung wird dann, auf der Basis der $SU(3)_F$ -Hadronenfeldtheorie, in Abschnitt 2.3 eine dichteabhängige, relativistisch kovariante und thermodynamisch konsistente $SU(3)$ -Hadronenfeldtheorie entwickelt. Anschließend wird diese zu einer MF-Theorie reduziert, um sie numerisch handhabbar zu machen.

In Kapitel 3 wird das Teilchenspektrum der dichteabhängigen $SU(3)$ -Theorie auf Λ s und Nukleonen, sowie Nicht-Strange-Mesonen eingeschränkt und so ein dichteabhängiges Modell zur Beschreibung von Λ -Hyperkernen konstruiert (Abschnitt 3.1). Die Hauptaufgabe bei der Konstruktion dieses Modells besteht darin, die dichteabhängigen Kopplungen der Λ -Hyperonen zu bestimmen (Abschnitt 3.2). Hierbei muß auf eine näherungsweise Behandlung der Wechselwirkung zurückgegriffen werden, da für Λ s keine mikroskopischen Berechnungen der Wechselwirkung zur Verfügung stehen. So wird für die Λ -Meson-Wechselwirkung ein skaliertes Nukleon-Meson-Vertex benutzt, dessen Kopplungsstärke von der Λ -Baryonendichte abhängt. Danach bleiben lediglich zwei relative Kopplungen für die Ankopplung des Λ an das σ - und an das ω -Meson zu bestimmen. Ein Least-Square-Fit dieser beiden Größen an experimentell bestimmte Hyperkernspektren hierfür läßt jedoch noch immer eine große Unbestimmtheit. Letztlich wird für die Λ - σ -Kopplung eine relative

Kopplung aus einem mikroskopischen Modell für freie Baryon–Baryon-Streuung verwendet und die relative Λ – ω -Kopplung mittels eines Least-Square-Fit an Hyperkernspektren angepaßt.

Die Resultate des dichteabhängigen Modells werden in Kapitel 4 analysiert. In Abschnitt 4.1 wird die Struktur von Einfach- Λ -Hyperkernen in dichteabhängiger relativistischer Meanfieldtheorie analysiert und deren Einteilchen-Spektren mit der darin enthaltenen Feinstruktur, wie etwa die Spin-Bahn-Aufspaltung, besprochen. Abschnitt 4.2 behandelt die Extrapolation zu Multi- Λ -Hyperkernen. Zu diesem Zweck werden Aufbau und Einteilchenspektren solcher Objekte in Abhängigkeit von den Konstituenten besprochen. Um diese Analyse zu erweitern wird eine Verallgemeinerung der Bethe-Weizsäcker-Massenformel vorgestellt, deren Koeffizienten an errechnete Bindungsenergien von Hyperkernen angepaßt werden. Damit ist es dann möglich die Stabilitätsaussagen für Λ -Hyperkerne auf Aussagen über das Verhalten von Λ -Nukleon-Materie auszuweiten. Abschließend werden die Ergebnisse der dichteabhängigen Rechnungen dann in Abschnitt 4.3 mit dem Experiment und mit anderen theoretischen Modellen verglichen. Dabei zeigt es sich, daß das dichteabhängige Modell die experimentellen Daten schwerer bis mittelschwerer Kerne hervorragend beschreiben kann. Bei geringen Dichten treten kleine Abweichungen der theoretischen Werte von den experimentellen auf, da in diesem Bereich die dichteabhängige Kopplung mit Unsicherheiten behaftet ist. Die beobachtete extrem kleine Spin-Bahn-Aufspaltung der Λ -Hyperkerne kann das Modell reproduzieren. Im Vergleich zu anderen theoretischen Beschreibungen liefert es sehr gute Ergebnisse, wobei bedacht werden muß, daß realistische Wechselwirkungen verwendet werden, die nicht an Kerndaten angepaßt wurden. Zuletzt werden die Ergebnisse für Multi- Λ -Hyperkerne und die Stabilität von Λ -Nukleon-Materie in verschiedenen Modellen gegenübergestellt. Abschnitt 4.4 beschließt diese Arbeit mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick.

A black and white photograph of particle tracks, likely from a bubble chamber or cloud chamber. Multiple tracks radiate from a central point, with some tracks being straight and others branching or showing more complex patterns. The tracks are dark against a lighter, grainy background.

2.

Dichteabhängige $SU(3)$ -Hadronenfeldtheorie

Die Hadronen sind jener Teil der elementaren Bausteine der Materie, welcher der sogenannten starken Wechselwirkung (daher auch *Hadron*, vom griechischen *hadr* $\hat{=}$ *stark, kräftig*) unterliegt. Die Hadronen unterteilen sich in Mesonen und Baryonen. Dies sind keine elementaren Teilchen, denn sie besitzen eine Substruktur aus Quarks (und Antiquarks), welche neben den Gluonen (Eichbosonen) die Freiheitsgrade der fundamentalen Theorie der starken Wechselwirkung, der QCD (Quantenchromodynamik), bilden. Die Mesonen sind im “Konstituentenquarkbild” aus einem Quark und einem Antiquark aufgebaut, während die Baryonen einen Zusammenschluß von drei Quarks darstellen. Aufgrund der hochkomplizierten Struktur und der Stärke der Kopplung kann die QCD für niedrige Energien, wie sie in der Beschreibung von Grundzuständen oder leicht angeregten Kernen vorkommen, nicht störungstheoretisch behandelt werden. In diesen Energiebereichen werden daher effektive Theorien verwendet, welche als elementare Freiheitsgrade nicht mehr Quarks oder Gluonen, sondern die dort auftretenden Baryonen und Mesonen enthalten. In diesen Hadronen-Feldtheorien werden die Baryonen als Materieteilchen und die Mesonen als Austauschteilchen, welche die Wechselwirkung zwischen den Baryonen vermitteln, behandelt.

In diesem Kapitel wird zuerst eine $SU(3)$ -Hadronenfeldtheorie vorgestellt, welche nach dem Vorbild des Walecka-Modells [Ser 86] aufgebaut ist. Danach wird die Wechselwirkung zwischen Hadronen und deren Mediummodifikation diskutiert, woraus dann dichteabhängige Kopplungsfunktionale für die Nukleon–Meson Vertizes in unendlicher Kernmaterie entwickelt werden. Eine dichteabhängige Verallgemeinerung der $SU(3)$ -Hadronenfeldtheorie, welche eine thermodynamisch konsistente, relativistische Feldtheorie bildet, wird zum Ab-

schluß des Kapitels vorgestellt.

2.1 Hadronenfeldtheorie

Die Hadronenfeldtheorie ist eine Beschreibung stark wechselwirkender Materie im Rahmen relativistischer Lagrange-Dynamik. Die Nukleonen werden in ihr als massive Spin $1/2$ Dirac-Felder behandelt, die über Mesonenaustausch wechselwirken. Die Ankopplung dieser skalaren bzw. vektoriellen

	Isospin	Spin	el. Ladung/e	Masse/MeV
<u>Baryonen</u>				
n, p	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0, +1	939, 938.9
<u>Mesonen</u>				
σ	0	0	0	550
ω	0	1	0	783
$\vec{\rho}$	1	1	-1, 0, +1	770

Abbildung 2.1: Teilchenspektrum der QHD [Ser 86].

Felder erfolgt in minimaler Weise, wobei die Kopplungskonstanten rein phänomenologische Werte sind. Den Ausgangspunkt solcher Modelle zur Beschreibung von Kernen liefert das sogenannte Walecka-Modell der Quantenhadrodynamik (QHD) [Ser 86]. Das Teilchenspektrum der QHD mit den zugehörigen Quantenzahlen ist in Tab. 2.1 aufgelistet. Es enthält zum einen die Bausteine der Kerne, die Protonen und die Neutronen, zum anderen beinhaltet es die Mesonen als Austauschfelder. Das skalare-isoskalare σ trägt hierbei der langreichweitige Attraktion in der Nukleon–Nukleon (NN) Wechselwirkung Rechnung. Das vektorielle-isoskalare ω und das vektorielle-isovektorielle ρ sind beide für kurzreichweitige repulsive Kräfte verantwortlich, wobei sich die Stärke des ρ -Feldes proportional zur Isospin-Asymmetrie verhält. Die Stärke der anderen beiden Mesonenfelder ist durch die isoskalaren Nukleonendichten bestimmt. Neben den massiven Wechselwirkungsfeldern ist auch das Photonenfeld in der QHD implementiert, um der Coulomb-Repulsion der Protonen Rechnung zu tragen.

Das Spektrum einer SU(3)-Hadronenfeldtheorie enthält neben den in Abbildung 2.1 dargestellten Isospin-Freiheitsgraden noch die Hyperonen (siehe Tabelle 1.1) und Strange-Mesonen. Das Ω^- wird aufgrund seiner Sonderstellung als Resonanz aus dem Baryonenspektrum der Theorie ausgeblendet. Dem Walecka-Modell folgend treten auch keine pseudoskalaren Mesonen im Spektrum auf, da diese nach der späteren Hartree-Meanfield-Näherung nicht mehr explizit in der Theorie vorkommen (siehe Abschnitt 2.1.1). Sie manifestieren sich jedoch als effektiver Freiheitsgrad im skalaren-isoskalaren σ -Meson, welches eine Parametrisierung des korrelierten 2π -Austauschs darstellt. So wäre es auch zu erwarten, daß ein $\sigma_s = \bar{K}K$ als Analogon zum $\sigma = \bar{\pi}\pi$ im Strangeness-Sektor auftaucht, welches für eine zusätzliche Attraktion in der Hyperon–Hyperon Wechselwirkung verantwortlich wäre. Bei den Vektormesonen tritt als einziges neues Austauscheteilchen von Interesse das ϕ -Meson auf. Dieses würde dann, analog zum ω -Meson im Isospin-Sektor, zu einer kurzreichweitigen Repulsion zwischen den Hyperonen führen (das ϕ gehört allerdings nicht zum Oktett, siehe Abbildung 1.3 (b)). Die K^* -Mesonen bewirken einen Flavor-Austausch zwischen den Wechselwirkungspartnern, wodurch sie zu der Beschreibung von Kernen erst in Korrektur-

ren höherer Ordnung beitragen. Daher treten sie nicht im Spektrum der Austauschteilchen auf.

Die Lagrangedichte einer Hadronenfeldtheorie setzt sich aus drei Teilen zusammen, dem freien baryonischen, dem freien mesonischen, und dem Wechselwirkungsanteil: $\mathcal{L} = \mathcal{L}_B + \mathcal{L}_M + \mathcal{L}_{\text{Int}}$. Im Detail sind diese Summanden wie folgt gegeben:

$$\mathcal{L}_B = \bar{\Psi}_F [i\hat{\not{D}} - \hat{M}] \Psi_F \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_M = & \frac{1}{2} [(\partial\sigma)^2 - m_\sigma^2 \sigma^2] + \frac{1}{2} [(\partial\sigma_s)^2 - m_{\sigma_s}^2 \sigma_s^2] - \frac{1}{4} [F_\omega^2 - 2m_\omega^2 \omega^2] \\ & - \frac{1}{4} [F_\phi^2 - 2m_\phi^2 \phi^2] - \frac{1}{4} [\vec{F}_\rho^2 - 2m_\rho^2 \vec{\rho}^2] - \frac{1}{4} F_\gamma^2 \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{Int}} = & \{ \bar{\Psi}_F \hat{g}_\sigma \Psi_F \sigma + \bar{\Psi}_F \hat{g}_{\sigma_s} \Psi_F \sigma_s \\ & - \bar{\Psi}_F \hat{g}_\omega \gamma^\mu \Psi_F \omega_\mu - \bar{\Psi}_F \hat{g}_\phi \gamma^\mu \Psi_F \phi_\mu \\ & - \frac{1}{2} \bar{\Psi}_F \hat{g}_\rho \gamma^\mu \Psi_F \vec{\rho}_\mu - e \bar{\Psi}_F \hat{Q} \gamma^\mu \Psi_F A_\mu \} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Der Feldstärke-Tensor $F^{\mu\nu}$ eines Feldes Φ ist definiert durch:

$$F^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu \Phi^\nu - \partial^\nu \Phi^\mu \quad (2.4)$$

Ψ_F ist der Flavor-Spinor, welcher die Baryonischen Spin-1/2 Freiheitsgrade der SU(3) vereinigt:

$$\Psi_F = \begin{pmatrix} \Psi_N \\ \Psi_\Lambda \\ \Psi_\Sigma \\ \Psi_\Xi \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

und sich aus den Isospinoren

$$\Psi_N = \begin{pmatrix} \psi_p \\ \psi_n \end{pmatrix}, \quad \Psi_\Lambda = \psi_\Lambda, \quad \Psi_\Sigma = \begin{pmatrix} \psi_{\Sigma^+} \\ \psi_{\Sigma^0} \\ \psi_{\Sigma^-} \end{pmatrix}, \quad \Psi_\Xi = \begin{pmatrix} \psi_{\Xi^0} \\ \psi_{\Xi^-} \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

zusammensetzt. \hat{M} ist die diagonale Massenmatrix. Die Vertizes \hat{g}_i sind gegeben durch:

$$\hat{g}_i = \begin{pmatrix} g_{iN} & & 0 \\ & g_{i\Lambda} & \\ 0 & & g_{i\Sigma} \\ & & & g_{i\Xi} \end{pmatrix}, \quad i = \sigma, \sigma_s, \omega, \phi \quad (2.7)$$

$$\hat{\vec{g}}_\rho = \begin{pmatrix} g_{\rho N} \vec{\tau}^N & & 0 \\ & 0 & \\ 0 & & g_{\rho \Sigma} \vec{\tau}^\Sigma \\ & & & g_{\rho \Xi} \vec{\tau}^\Xi \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Die Isospin-Operatoren $\vec{\tau}^i$ im ρ -Vertex sind wie folgt definiert:

$$\vec{\tau}^N = \vec{\tau}^{\Xi} = \vec{\tau} = \text{Pauli Spin-Matrizen} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \vec{\tau}^{\Sigma} &= \text{3-dim Darstlg. der Pauli Mat.} \\ &(\text{siehe hierzu z.B. [Mos 89]}) \end{aligned} \quad (2.10)$$

\hat{Q} ist der elektrische Ladungsoperator:

$$\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & & 0 \\ & 0 & \\ & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} & \\ 0 & & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

Die Bewegungsgleichungen der Felder ergeben sich nach Extremalisierung der Wirkung durch Variation nach den Feldoperatoren: $\delta S = \delta \int dt d^3x \mathcal{L} \stackrel{!}{=} 0$ über die daraus resultierenden Euler-Lagrange-Gleichungen¹:

$$\partial_\nu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\nu \hat{\phi}_i)} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \hat{\phi}_i} = 0, \quad \hat{\phi}_i = \bar{\Psi}_F, \Psi_F, \hat{\sigma}, \hat{\sigma}_s, \hat{\omega}^\mu, \hat{\phi}^\mu, \hat{\rho}^\mu, \hat{A}^\mu \quad (2.12)$$

Dies führt zu einem gekoppelten System von Differentialgleichungen für Operatorfelder, die das relativistische nukleare Vielteilchensystem beschreiben:

$$\left[i \not{\partial} - \left(\hat{g}_\omega \not{\partial} + \hat{g}_\phi \hat{\phi} + \frac{\hat{g}_\rho}{2} \vec{\tau} \not{\vec{\partial}} + e \hat{Q} \hat{A} \right) - \underbrace{\left(\hat{M} - \hat{g}_\sigma \hat{\sigma} - \hat{g}_{\sigma_s} \hat{\sigma}_s \right)}_{\hat{M}^*} \right] \Psi_F = 0 \quad (2.13)$$

$$(\partial^2 + m_\sigma^2) \hat{\sigma} = \bar{\Psi}_F \hat{g}_\sigma \Psi_F \quad (2.14)$$

$$(\partial^2 + m_{\sigma_s}^2) \hat{\sigma}_s = \bar{\Psi}_F \hat{g}_{\sigma_s} \Psi_F \quad (2.15)$$

$$\partial^2 \hat{\omega}^\mu - \partial^\mu (\partial_\nu \hat{\omega}^\nu) + m_\omega^2 \hat{\omega}^\mu = \bar{\Psi}_F \hat{g}_\omega \gamma^\mu \Psi_F \quad (2.16)$$

$$\partial^2 \hat{\phi}^\mu - \partial^\mu (\partial_\nu \hat{\phi}^\nu) + m_\phi^2 \hat{\phi}^\mu = \bar{\Psi}_F \hat{g}_\phi \gamma^\mu \Psi_F \quad (2.17)$$

$$\partial^2 \hat{\rho}^\mu - \partial^\mu (\partial_\nu \hat{\rho}^\nu) + m_\rho^2 \hat{\rho}^\mu = \frac{1}{2} \bar{\Psi}_F \hat{g}_\rho \gamma^\mu \Psi_F \quad (2.18)$$

$$\partial^2 \hat{A}^\mu - \partial^\mu (\partial_\nu \hat{A}^\nu) = e \bar{\Psi}_F \hat{Q} \gamma^\mu \Psi_F \quad (2.19)$$

¹Eine sehr gute Einführung in Quantenfeldtheorien ist zum Beispiel in [Pes 95] zu finden

Die Dirac-Gleichung (2.13) beschreibt die Bewegung der Baryonen in dem durch die Mesonen generierten Potential, welches die Dynamik bestimmt. Die Einkopplung der Mesonenfelder erfolgt in minimaler Weise, um die relativistische Konsistenz des Modells zu garantieren. Die in (2.13) auftretende Größe \hat{M}^* heißt effektive Masse und ist gegeben durch die Differenz von freier Masse des entsprechenden Baryons und skalarem Potential, die aufgrund ihrer gleichen Lorentz-Struktur zusammengefaßt werden können. Dies führt zu einer effektiven Verringerung der Masse von Nukleonen und Hyperonen, was gleichbedeutend mit dem attraktiven Charakter der σ -Felder ist. Der Vektoranteil des Potentials ist von gleicher Lorentzstruktur wie der ∂^μ Operator und führt daher zu einer Verschiebung der Energie, verglichen mit der freier Baryonen, zu größeren Werten hin. Hierin äußert sich der repulsive Anteil der Kernkräfte, welcher durch die Vektorfelder vermittelt wird.

Die Mesonenfelder haben ihren Ursprung in den verschiedenen Baryonen-Dichten, die durch die rechten Seiten der Gleichungen (2.14) – (2.19) gegeben sind. Die Quelle der σ -Felder ist die skalare Baryonendichte, die des ω - und ϕ -Feldes die vektorielle Baryonendichte. Dies führt zu einem Sättigungsverhalten in baryonischer Materie, da für zunehmende Dichten die vektorielle schneller als die skalare Dichte anwächst. Dies hat zur Folge, daß die Repulsion im System anwächst, wenn der mittlere Baryon-Baryon-Abstand einen kritischen Wert unterschreitet [Ser 86]. Das ρ -Feld wird durch die Isovektordichte generiert. (Die Isovektordichte ist für das neutrale ρ^0 im nukleonischen Fall proportional zur Differenz von Protonen- und Neutronenvektordichte, wächst also mit der Isospin-Asymmetrie.)

2.1.1 Die Meanfield Näherung

Die Gleichungen (2.13) – (2.19) sind ein nichtlineares Differentialgleichungssystem für Operatorfelder, für welches die exakte Lösung unmöglich ist. Desweiteren sind die Kopplungskonstanten g_{ij} groß, so daß eine störungstheoretische Näherungslösung des Problems ausscheidet. Glücklicherweise existiert aber eine geeignete Lösungsmethode, die für wachsende Baryonenzahl B immer besser wird. Dies ist die sogenannte Meanfield (MF)-Näherung. Hierbei geht man davon aus, daß sich lokal, in einem Volumen V , ein statisches, uniformes System aus B Baryonen befindet. Für wachsende skalare Baryonendichten

$$\rho_s^i = \bar{\Psi}_i \Psi_i \quad (2.20)$$

und Vektor-Baryonendichten

$$\rho_B^i = \bar{\Psi}_i \gamma^0 \Psi_i = \frac{B(i)}{V} \quad (2.21)$$

(Zeitkomponente des Baryonenstroms) nimmt auch die Stärke der Quellterme auf der rechten Seite der Mesonenfeldgleichungen (2.14) – (2.19) zu. Wenn nun aber die Quellterme groß sind, so sind diese hauptsächlich durch ihren Erwartungswert $\langle \hat{\rho}_i \rangle$ bestimmt, da die Quantenfluktuationen dann klein sind verglichen mit dem Erwartungswert; somit können dann auch die Feldoperatoren der Mesonen durch ihren Erwartungswert, der sich wie ein

klassisches Feld verhält, angenähert werden:

$$\begin{aligned}\hat{\phi}_i &\rightarrow \langle \hat{\phi}_i \rangle \equiv \phi_i^0 & i = \sigma, \sigma_s \\ \hat{\phi}_i^\mu &\rightarrow \langle \hat{\phi}_i^\mu \rangle \equiv \delta^{\mu 0} \phi_i^0 & i = \omega, \phi, \rho\end{aligned}\quad (2.22)$$

Die Erwartungswerte der geladenen und pseudoskalaren Mesonen müssen im Grundzustand verschwinden, da das System ansonsten keine wohldefinierte Ladung bzw. Parität besäße. Für sphärisch symmetrische gg-Kerne (Kerne mit gerader Protonen- und gerader Neutronenanzahl), die hier ausschließlich behandelt werden sollen, fällt in Hartree-Näherung auch der Erwartungswert der Raumanteile der Vektormesonen weg, da solche Systeme keine ausgezeichnete Richtung besitzen. Damit vereinfachen sich die mesonischen Bewegungsgleichungen dann zu:

$$(-\nabla^2 + m_\sigma^2) \sigma^0(\mathbf{r}) = \sum_{i=N,\Lambda,\Sigma,\Xi} g_{\sigma i} \rho_s^i(\mathbf{r}) \quad (2.23)$$

$$(-\nabla^2 + m_{\sigma_s}^2) \sigma_s^0(\mathbf{r}) = \sum_{i=N,\Lambda,\Sigma,\Xi} g_{\sigma_s i} \rho_s^i(\mathbf{r}) \quad (2.24)$$

$$(-\nabla^2 + m_\omega^2) \omega_0^0(\mathbf{r}) = \sum_{i=N,\Lambda,\Sigma,\Xi} g_{\omega i} \rho_B^i(\mathbf{r}) \quad (2.25)$$

$$(-\nabla^2 + m_\phi^2) \phi_0^0(\mathbf{r}) = \sum_{i=N,\Lambda,\Sigma,\Xi} g_{\phi i} \rho_B^i(\mathbf{r}) \quad (2.26)$$

$$(-\nabla^2 + m_\rho^2) \rho_0^{00}(\mathbf{r}) = \sum_{i=N,\Lambda,\Sigma,\Xi} g_{\rho i} \rho_3^i(\mathbf{r}) \quad \left(= \sum_{i=N,\Lambda,\Sigma,\Xi} g_{\rho i} \bar{\Psi}_i \tau_3^i \gamma^0 \Psi_i \right) \quad (2.27)$$

Setzt man nun die mittleren Mesonenfelder in die Dirac Gleichung (2.13) ein, so erhält man die Bewegungsgleichung der Baryonen in MF-Näherung:

$$\left[i\not{\partial} - \gamma^0 \hat{V}(\mathbf{r}) - \hat{M}^*(\mathbf{r}) \right] \Psi_F(\mathbf{r}) = 0, \quad (2.28)$$

$$\text{wobei} \quad \hat{V}(\mathbf{r}) = \hat{g}_\omega \omega_0(\mathbf{r}) + \hat{g}_\phi \phi_0(\mathbf{r}) + \frac{\hat{g}_{\rho^3}}{2} \rho_0(\mathbf{r}) + e\hat{Q}A_0(\mathbf{r}) \quad (2.29)$$

$$\text{und} \quad \hat{M}^* = \hat{M} - \hat{g}_\sigma \sigma^0(\mathbf{r}) - \hat{g}_{\sigma_s} \sigma_s^0(\mathbf{r}). \quad (2.30)$$

(Der Übersichtlichkeit halber bekommen die Erwartungswerte der (iso)vektoriellen Mesonen jeweils nur einen Index 0; da von jedem Feldtyp nur ein Freiheitsgrad auftritt, bleibt diese Bezeichnungsweise dennoch eindeutig)

In \hat{g}_{ρ^3} ist nur die zum neutralen ρ -Meson gehörende Komponente des Isovektors $\hat{\vec{g}}_\rho$ von 0 verschieden

Die MF-Dirac-Gleichung (2.28), welche als einzige der Bewegungsgleichungen ihren Quantencharakter behält, bildet zusammen mit den MF-Mesonen-Feldgleichungen (2.23) – (2.27) ein gekoppeltes Differentialgleichungssystem, welches nun mit iterativen Methoden

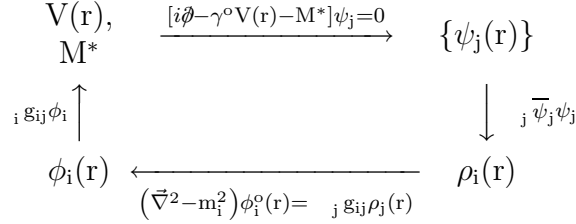


Abbildung 2.2: Iteratives Lösen der Meanfield-Gleichungen

gelöst werden kann. Der Iterationsprozeß ist in Abbildung 2.2 skizziert. Um ein hadronenfeldtheoretisches Modell nun für Kernstrukturrechnungen einzusetzen, werden Startwerte für die Mesonenfelder vorgegeben, welche aus phänomenologischen Parametrisierungen des Kernpotentials gewonnen wurden. Mit den daraus berechneten \hat{M}^* und $\hat{V}(\mathbf{r})$ wird dann die Dirac Gleichung (2.28) gelöst, wodurch man die Eigenfunktionen ψ_i (Einteilchen Wellenfunktionen) und die dazugehörigen Energien erhält. Aus den ψ_i werden dann ρ_B^i , ρ_s^i , ρ_3^i und die Ladungsdichte errechnet, welche im nächsten Schritt als Quellen der Wechselwirkungsfelder benötigt werden. Mit den stationären Klein-Gordon-Gleichungen (2.23)–(2.27) erhält man dann die Mesonenfelder, die in die Potentiale für die nächste Iterationsstufe eingehen. Wenn dieser Prozeß bis zur Selbstkonsistenz durchgeführt wird, erhält man Näherungslösungen für die Einteilchenwellenfunktionen und Einteilchenenergien, aus denen sich charakteristische Observable eines Kerns wie Bindungsenergie pro Baryon (B/A), Separationsenergien der Protonen und Neutronen, Ladungsradius usw. berechnen lassen. Die auf diese Art gewonnenen Ergebnisse liefern die sogenannte Hartree Näherung. Berücksichtigt man noch die aufgrund der Ununterscheidbarkeit der Baryonen auftretenden Austausch- oder Fock-Terme, so erhält man die Hartree-Fock Näherung, die allerdings mit einem erheblich größeren numerischen Aufwand verbunden ist. Eine ausführliche Besprechung und Modellrechnungen von relativistischen Meanfield-Modellen sind zum Beispiel in [Rei 86] und [Gam 90] zu finden.

2.2 Wechselwirkung der Hadronen

Aufgrund der hochkomplizierten und nichtlinearen Struktur der QCD ist es bisher nicht möglich die NN-Wechselwirkungen aus dieser abzuleiten. Es ist jedoch überaus unbefriedigend, die Kopplungskonstanten der QHD rein phänomenologisch zu bestimmen, indem man sie an Kerndaten anpaßt. Weiterhin ist aber auch bekannt, daß die N-Teilchen-Potentiale in wechselwirkenden Vielteilchensystemen von den Dichten in diesen Systemen abhängen, was von konstanten Vertizes nicht erfaßt werden kann. Man kann dieses Problem teilweise beheben, indem man Mesonen-Selbstwechselwirkungen einführt, deren Kopplungskonstanten aber als empirische Parameter behandelt werden (siehe hierzu auch [Gam 90, Rei 86] für nichtlineares σ -Modell, bzw. [Gre 92] für die detaillierte Diskussion einer solchen Dichteabhängigkeit). Um das hier verwendete dichteabhängige Modell auf eine elementarere

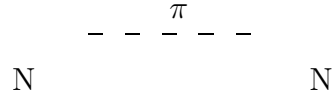


Abbildung 2.3: Ein-Bosonen-Austausch

Basis zu stellen, wird in diesem Abschnitt eine dichteabhängige Kopplungsfunktion für die Nukleon–Nukleon–Meson Vertizes konstruiert, indem aus freien Kopplungen mit Hilfe mikroskopischer Vielteilchenrechnungen effektive in-Medium Vertizes bestimmt werden. Der Übersichtlichkeit halber werden in diesem Abschnitt nur Nukleonen behandelt, das vorgestellte Schema ist aber ohne weiteres auf andere Baryonenspezies erweiterbar. Eine Näherungsweise Erweiterung auf Λ -Hyperonen wird in Kapitel 3 diskutiert.

2.2.1 Bosonen-Austausch-Potentiale

Die Wechselwirkung zwischen Baryonen wird auf mikroskopischer Ebene dem Austausch von Mesonen zugeschrieben. Als erster schlug Yukawa 1935 dieses Konzept vor [Yuk 35], nach dem die Wechselwirkung zwischen den Nukleonen durch das π -Meson übertragen wird. Der Austausch massiver Teilchen hat zur Folge, daß die Kraft, welche durch diese Teilchen vermittelt wird, kurzreichweitig ist. Die Reichweite der Kraft ist proportional zur inversen Masse des jeweiligen Wechselwirkungsteilchens. Aus dem Modell von Yukawa entwickelten sich dann die Ein-Bosonen-Austausch-Potentiale oder OBEP (vom englischen one boson exchange potential), die das Potential zwischen zwei Nukleonen nicht durch den Austausch nur einer Mesonenart, sondern durch mehrere verschiedene Mesonen ($M < 1$ GeV) beschreiben. Dies ist nötig, um dem Verhalten des NN-Potentials bei verschiedenen Energieskalen, aber auch den Ladungsaustauschreaktionen, Rechnung zu tragen. Die Nukleon–Meson-Kopplungen der OBEPs sind so gefitted, daß die Treelevel-Amplitude bereits die Streudaten beschreibt.

Bei dieser Art der Bestimmung der Kopplungskonstanten wird allerdings vernachlässigt, daß bei der NN-Streuung auch Mehrfachstreuungen (Anfangs- und Endzustandswechselwirkungen) auftreten. Für moderne Nukleonen-Potentiale werden daher unter Zuhilfenahme von T-Matrix Rechnungen diese Effekte berücksichtigt und damit eine Art “nackte” Kopplungskonstanten extrahiert. Weiterhin wird in einigen dieser Rechnungen das σ -Meson als korrelierter Zwei-Pionen-Austausch beschrieben, was seinem Charakter mit einer Breite von 600–1000 MeV bei einer Masse von 400–1200 MeV eher gerecht wird, als dessen Beschreibung durch ein “gewöhnliches” Meson. Beispiele für moderne NN-Potentiale sind die Bonn- (feldtheoretische Methoden) bzw. Paris- (Dispersionsrelations Methoden) Potentiale. Der Hauptunterschied der verschiedenen Potentiale liegt im Offshell-Verhalten, welches für Kernstrukturrechnungen von großer Relevanz ist.

Für Anwendungen in der theoretischen Kernstrukturphysik benutzt man im allgemeinen das skalare Sigma-Meson, die Zeitkomponente des Omega-Mesons, die Zeitkomponente des neutralen Rho-Mesons und eventuell das neutrale Delta-Meson (ein skalar-

isovektorielles Meson) zur Beschreibung von Atomkernen. Das Verschwinden des Erwartungswertes des Raumanteils der Vektoren ist allerdings, wie bereits erwähnt, nur für Kerne mit gerader Protonen und gerader Neutronenzahl gültig, da das System ansonsten eine durch den Spin ausgezeichnete Richtung erhält und somit nicht mehr als isotrop behandelt werden kann. Die Felder der geladenen Austauscheteilchen verschwinden in der Meanfieldnäherung auf jeden Fall. Das Pion, welches für die Kernkräfte eine extrem wichtige Rolle spielt, taucht in Hartree-Kernstrukturrechnungen nicht explizit auf. Das liegt daran, daß das π negative Parität trägt, und somit dessen Erwartungswert in Systemen mit wohldefinierter Parität, also insbesondere in Kernen, verschwinden muß. Durch diese Beschränkung des in der Natur vorkommenden Mesonenspektrums erhält man das für Kernstrukturrechnungen übliche Mesonenspektrum aus σ, ω, ρ (eventuell ist noch das δ einzuschließen), welches auch in Abb. 2.1 aufgelistet ist.

2.2.2 Dichteabhängige Potentiale

Die Verwendung von "nackten" Kopplungskonstanten aus modernen Potentialen liefert jedoch nur eine unzulängliche Beschreibung der Kerneigenschaften. Dies kommt durch die nicht berücksichtigte Modifikation des NN-Potentials durch Anfangs- und Endzustandswechselwirkung bei endlicher Baryondichte. Auch die Modifikation der Wechselwirkung in Vielteilchensystemen ist eine spezielle Klasse von Anfangs- und Endzustandswechselwirkungen, wie sie schon zur Extraktion der Kopplungskonstanten z.B. in Bonn-Potentialen Anwendung findet. Allerdings ist hier, bei Anwesenheit anderer Nukleonen, die bereits Zustände des Fermi-Sees besetzen, auf die Einhaltung der Pauli-Verbote zu achten. Eine Methode zur näherungsweisen Berechnung dieser dichteabhängigen Nukleon-Nukleon-Korrelationen stellt die Brueckner'sche G-Matrix dar. Sie beschreibt die Leiterapproximation der In-Medium NN-Wechselwirkung, das heißt, eine Aufsummation der T-Kanal Graphen aller Ordnungen, allerdings mit Pauli-blockierten Zwischenzuständen. Der Beitrag erster Ordnung zur Leiternäherung, ist für Ein-Bosonen-Austausch-Potentiale gegeben durch:

$$\frac{1}{2} \left\langle k_i k_j \left| \tilde{V} \right| k_i k_j \right\rangle_{AS}, \quad (2.31)$$

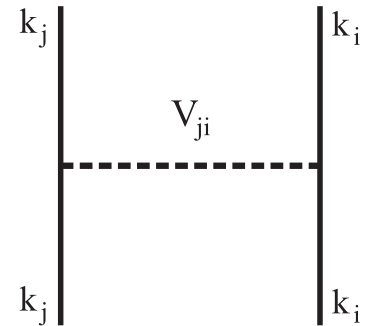


Abbildung 2.4: Treelevel Graph des freien Nukleon-Nukleon Potentials V_{ji}

wobei $\left\langle k_i k_j \left| \tilde{V} \right| k_i k_j \right\rangle_{AS} = \langle k_i k_j | V | k_i k_j \rangle - \langle k_j k_i | V | k_i k_j \rangle$

das antisymmetrisierte NN-Matrixelement ist. Abb. 2.4 zeigt den direkten Beitrag hierzu (ohne Austauschterm). Das antisymmetrisierte Matrixelement trägt der Ununterscheidbarkeit der Fermionen Rechnung. Die zweite Ordnung der Leiternäherung, welche einen sukzessiven 1-Bosonen-Austausch als 2-Schritt-Prozess be-

schreibt, lautet:

$$\frac{1}{4} \sum_{k_m k_n \geq k_F} \frac{\langle k_i k_j | \tilde{V} | k_m k_n \rangle_{AS} Q(k_m, k_n) \langle k_m k_n | \tilde{V} | k_i k_j \rangle_{AS}}{\epsilon_i + \epsilon_j - \epsilon_m - \epsilon_n}. \quad (2.32)$$

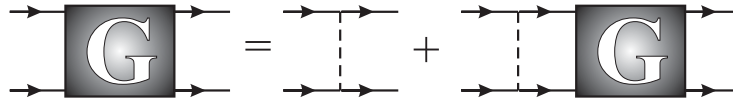
Hierbei ist $Q(k_m, k_n)$ der Pauli-Ausschluß-Operator, der die Streuung in bereits besetzte intermediäre Zustände verhindert:

$$Q(k_m, k_n) \equiv \begin{cases} 1, & \min(k_m, k_n) > k_F \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.33)$$

Bei dieser störungstheoretischen Entwicklung des Nukleonenpotentials in Kernmaterie gibt es allerdings ein nicht unerhebliches Problem: Die verwendeten modernen Nukleon-Nukleon-Wechselwirkungen besitzen für kleine Abstände einen extrem repulsiven, wenn nicht sogar komplett harten Kern (hard-core Potentiale, $V \rightarrow \infty$ für $r \rightarrow 0$). Dies läßt die perturbative Entwicklung hinfällig werden. Die Struktur der einzelnen Summanden erlaubt die nichtperturbative Aufsummation aller Glieder, analog $x + x^2 + x^3 + \dots = \frac{x}{1+x}$. Dies führt auf die folgende Integralgleichung:

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{ijij} &= \tilde{V}_{ijij} + \sum_{k_m k_n \geq k_F} \tilde{V}_{ijmn} \frac{Q(k_m, k_n)}{\epsilon_i + \epsilon_j - \epsilon_m - \epsilon_n} \\ &\times \left(\frac{1}{2} \tilde{V}_{mnij} + \sum_{k_p k_q \geq k_F} \frac{1}{2} \tilde{V}_{mnpq} \frac{Q(k_m, k_n)}{\epsilon_i + \epsilon_j - \epsilon_p - \epsilon_q} \frac{1}{2} \tilde{V}_{pqij} + \dots \right) \\ &= \tilde{V}_{ijij} + \sum_{k_m k_n > k_F} \frac{1}{2} \tilde{V}_{ijmn} \frac{Q(k_m, k_n)}{\epsilon_i + \epsilon_j - \epsilon_m - \epsilon_n} \tilde{G}_{mnij} \end{aligned} \quad (2.34)$$

$\tilde{G}_{ijij} = G_{ijij} - G_{jijj}$ heißt "Brueckner G-Matrix". Die Integralgleichung (2.34) ist unter dem Namen Bethe-Goldstone-Gleichung bekannt und wird symbolisch dargestellt als:



$$G(\omega) = V + V \frac{Q}{\omega - H_0} G(\omega), \quad H_0 \text{ ist der freie Hamilton Operator} \quad (2.35)$$

Abbildung 2.5: Bethe Goldstone Gleichung zur Berechnung der In-Medium-Modifikation der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung

Diese Modifikation des Potentials hat wichtige Auswirkungen auf die Selbstenergie der Protonen und Neutronen in nuklearer Materie, siehe auch Abb. 2.6:

$$\Sigma = \text{Tr}[G\mathcal{G}] - G\mathcal{G} \quad (2.36)$$

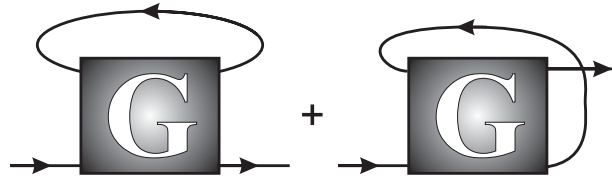


Abbildung 2.6: Brueckner Selbstenergie

Der erste Term stellt den Hartree-Beitrag zur Selbstenergie dar, der Zweite den Fock-Beitrag. \mathcal{G} bezeichnet den vollen Propagator der Nukleonen, der über die Dyson-Schwinger-Gleichung

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}^o + \mathcal{G}^o \Sigma \mathcal{G} \quad (2.37)$$

wiederum mit der Selbstenergie (2.36) zusammenhängt. Die Gleichungen (2.35)–(2.37) bilden ein gekoppeltes System von Integralgleichungen, dessen Lösung das Verhalten von Kernmaterie in Brueckner-Näherung (bzw. Dirac-Brueckner Näherung, wenn der Formalismus relativistisch konsistent angewendet wird) beschreiben.

2.2.3 Dichteabhängige NN Wechselwirkung in Kernmaterie

Für unendliche Kernmaterie vereinfachen sich die MF-Gleichungen (2.23) – (2.28) noch weiter. Die ϕ_i^0 sind nun Konstanten, unabhängig von x_μ . Die Feldgleichungen reduzieren sich zu algebraischen Beziehungen

$$m_1^2 \phi_i^0 = g_i \rho_i \quad (2.38)$$

$$\underbrace{[-\gamma^0 V + g_\sigma \sigma]}_{\text{Selbstenergie}} \Psi_N = M \Psi_N \quad (2.39)$$

die nun sofort gelöst werden können:

$$\sigma^0 = \frac{g_\sigma}{m_\sigma^2} \langle \bar{\Psi}_N \Psi_N \rangle = \frac{g_\sigma}{m_\sigma^2} \rho_s \quad (2.40)$$

$$\omega^0 = \frac{g_\omega}{m_\omega^2} \langle \bar{\Psi}_N^\dagger \Psi_N \rangle = \frac{g_\omega}{m_\omega^2} \rho_B \quad (2.41)$$

$$\vec{\rho}^0 = \frac{g_\rho}{2m_\rho^2} \langle \bar{\Psi}_N \vec{\tau} \gamma^0 \Psi_N \rangle = \frac{g_\rho}{2m_\rho^2} \rho_3 \quad (2.42)$$

Daraus ergibt sich ein einfacher Zusammenhang zwischen Selbstenergien und den Dichten:

$$\Sigma_s = \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \rho_s, \quad \Sigma_v = \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} \rho_B \quad (2.43)$$

Dieser Ansatz eignet sich für geringe Dichten bis etwa dreifache Kerndichte sehr gut und ist somit für Kernstrukturrechnungen geeignet. Für höhere Dichten steigt er allerdings

aufgrund der Polynomform sehr stark an und beschreibt das physikalisch zu erwartende Sättigungsverhalten der Kopplungen nicht mehr.

Typischerweise werden Brueckner-Rechnungen für Materie mit vorgegebener Dichte ρ_B durchgeführt, und die dazugehörigen Selbstenergien mit dem Gleichungssystem (2.35)–(2.37) bestimmt. Mit Hilfe von Gleichung (2.43) kann nun eine Parametrisierung der Kopplungsfunktionen $g_i(k_F)$ gefunden werden, welche von der vorgegebenen Dichte abhängt. Hierfür wählt man häufig den polynomialen Ansatz, welcher eine Taylor-Entwicklung um den Punkt der Sättigungsdichte beschreibt:

$$\begin{aligned} k_{F,o} &= 1.4/\text{fm} & (k_{F,o}^{\text{exp}} &= (1.35 \pm 0.05)/\text{fm}) \\ \rho_{\text{sat}} &= 0.185/\text{fm}^3 & (\rho_{\text{sat}}^{\text{exp}} &= (0.166 \pm 0.02)/\text{fm}^3) \\ E/A &= 15.59\text{MeV} & (E/A^{\text{exp}} &= (16 \pm 1)\text{MeV}) \end{aligned}$$

Abbildung 2.7: Kernmaterieeigenschaften des Bonn A NN-Potentials im Vergleich mit experimentellen Daten

$$\left(\frac{g_i(k_F)}{g_i(k_{F,o})} \right)^2 = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_{n,i} \left(1 - \frac{k_F}{k_{F,o}} \right)^n, \quad i = \sigma, \omega \quad (2.44)$$

In dieser Arbeit wird eine Dirac-Brueckner-Rechnung [Bro 90, Had 93] für die Potentialparametrisierung Bonn A [Mac 87] verwendet. Die mit diesem Potentialtyp erzielbare Übereinstimmung mit Kernmaterie ist in Abb. 2.7 dargestellt. Eine dichteabhängige Behandlung der Vertizes wird allerdings ausschließlich für das Sigma- und das Omega-Meson durchgeführt. Die Kopplungsstärke des Rho an die Nukleonen und dessen Masse sind rein phänomenologische Parameter, die im Wertebereich der üblicherweise in nicht dichteabhängigen Rechnungen verwendeten Parameter liegen. Aus den Dirac-Brueckner-Rechnungen erhält man dann die folgenden Entwicklungskoeffizienten, welche zu einer polynomialen Entwicklung in der Form von (2.44) gehören:

	$i = \sigma$	$i = \omega$
$g^2(k_{F,o}) \frac{M^2}{m_i^2}$	148.395	179.038
$a_{1,i}$	1.2102	1.2889
$a_{2,i}$	1.6277	1.7771

Tabelle 2.1: Entwicklungskoeffizienten der vom Bonn A Potential mit Dirac-Brueckner-Rechnungen abgeleiteten dichteabhängigen Kopplungsfunktionen [Bro 90, Had 93]

Abb. 2.8 zeigt die funktionale Abhängigkeit der Kopplungskonstanten von der Kerndichte. Die Kopplungsfunktionen für Nukleon–Sigma und Nukleon–Omega unterscheiden sich lediglich durch einen Faktor, das Verhalten der beiden Kurven ist identisch. Die Funktionen sind zwischen $\rho = 0$ und $\rho = \frac{1}{2}\rho_o$ lediglich eine Extrapolation der Dirac-Brueckner Rechnungen zu kleinen Dichten hin, da in diesem Bereich die numerische Behandlung der G-Matrix zusammenbricht.

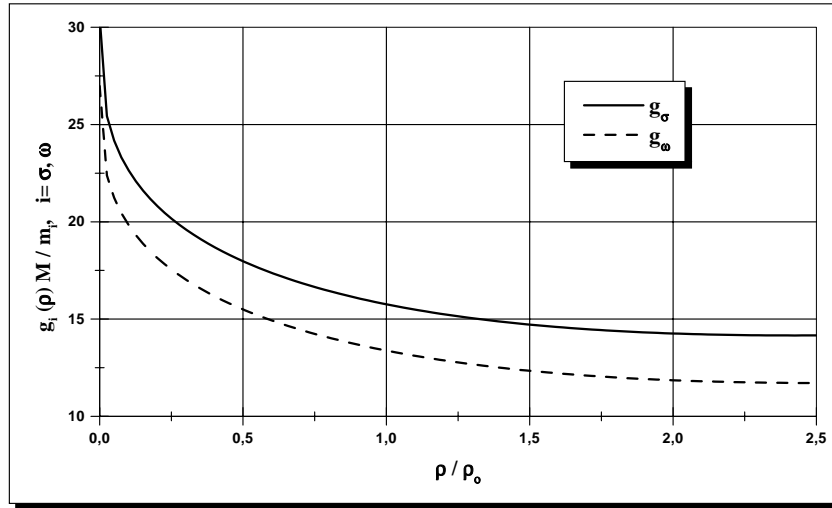


Abbildung 2.8: Abhängigkeit der Kopplungskonstanten von der Baryondichte (Dirac-Brueckner-Rechnungen mit Bonn A)

Die Lösung des Gleichungssystems (2.35)–(2.37) für endliche Kerne ist mit großem numerischen Aufwand verbunden und wurde daher bis jetzt nur für leichte Kerne durchgeführt. Für schwerere Kerne muß man zu einer weiteren Näherung greifen: Es wird angenommen, daß die Dichteänderung im Kern lokal nur sehr gering ist, und der Kern somit lokal als unendlich ausgedehnte Kernmaterie bestimmter Dichte betrachtet werden kann. Für diese unendliche Kernmaterie werden die Nukleon-Kopplungen bei diesen Dichten mit Hilfe des Brueckner-Formalismus berechnet und dann auf den endlichen Kern abgebildet (Abschnitt 2.3). Eine ausführliche Darstellung über realistische effektive Wechselwirkungen in nuklearen Systemen ist in [Hjo 95] zu finden.

2.3 Dichteabhängige Hadronenfeldtheorie

Lange Zeit stellte die dichteabhängige Behandlung der Wechselwirkung in Kernstrukturrechnungen ein großes Problem dar. Die Modelle besaßen keine thermodynamische Konsistenz und waren nicht in der Lage zur gleichen Zeit den RMS-Ladungsradius und die Bindungsenergie pro Baryon richtig zu beschreiben. Der Fehler lag in der Behandlung der Dichteabhängigkeit, die rein parametrisch in die Kopplungsfunktionen einging, und daher nicht sämtliche Effekte der medium-modifizierten Wechselwirkung, wie zum Beispiel die Polarisation, konsistent einbezog.

Die in diesem Abschnitt vorgestellte dichteabhängige Hadronenfeldtheorie [Len 95a] stellt den Rahmen für die Beschreibung von Hyperkernen in dieser Arbeit dar. Dieser Zugang zur Hadronenfeldtheorie ist vollständig kovariant. Die Mediumabhängigkeit wird über eine funktionale Abhängigkeit der Baryon–Meson-Vertizes von den baryonischen Feldoperatoren beschrieben. Hieraus ergeben sich in den baryonischen Bewegungsgleichungen Rearrangement-Selbstenergien, welche man nicht erhält, wenn lediglich eine parametrische

Abhängigkeit der Vertizes von der Dichte angenommen wird. Die Rearrangement-Beiträge stellen eine dynamische Umordnung des nuklearen Mediums aufgrund von Polarisationsseffekten dar [Neg 82]. Ein Vergleich mit Daten zeigt aber, daß das Auftreten dieser Rearrangement Terme entscheidend ist für eine gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment und die gesamte Theorie auch erst thermodynamisch konsistent macht [Len 95a]. Im Gegensatz zur unendlichen Kernmaterie in Abschnitt 2.2.3, stellen die Dichten in endlichen Kernen dynamische Größen dar, welche eine explizite Abhängigkeit von den Ortskoordinaten besitzen. Sie können somit nicht direkt in einer Quantenfeldtheorie verwendet werden, weil die Lorentz-Invarianz massiv verletzt würde. In [Len 95b] wurde aber gezeigt, daß man eine in sich konsistente Feldtheorie erhält, wenn die Nukleon–Meson-Vertizes als Funktionale der Baryonen-Feldoperatoren gewählt werden. Hier wird ein weniger restriktiver Zugang verwendet, bei dem die Dirac-Brueckner (DB) Ergebnisse für Kernmaterie direkt auf feldtheoretische Größen abgebildet werden. Benutzt man zum Beispiel den baryonischen Stromoperator $\hat{j}^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi$, so kann man die folgende Abbildung durch einen parametrischen Integraloperator definieren:

$$\Gamma(\hat{j}^2) = \int_0^\infty \Gamma(\rho_{\text{nm}}) \delta(\rho_{\text{nm}}^2 - \hat{j}_\mu \hat{j}^\mu) 2\rho_{\text{nm}} d\rho_{\text{nm}} \quad (2.45)$$

Hier ist Γ das dichteabhängige Kopplungsfunktional, ρ_{nm} die Kernmaterie- (“nuclear matter”) Vektordichte. Gleichung (2.45) stellt eine solche Abbildung von unendlicher Kernmaterie auf eine feldtheoretische Formulierung dar. Für unendliche Kernmaterie sowie für sphärisch symmetrische Kerne gilt $\langle 0 | \hat{j}^\mu | 0 \rangle = \delta^{\mu 0} \rho_B$, mit der Anzahldichte der Baryonen ρ_B . Das Integral (2.45) stellt somit Punkt für Punkt eine bijektive Abbildung zwischen Vertizes in unendlicher Kernmaterie $\Gamma(\rho_{\text{nm}})$ und dem feldtheoretischen Nukleon–Meson-Vertex $\Gamma(\hat{j}^2)$ her. Dieses Vorgehen setzt voraus, daß sich die Dichten in den mit diesem Modell zu beschreibenden physikalischen Systemen, hier also Atomkernen, nur wenig ändern im bezug auf die Energieskala des betrachteten Systems. Diese Näherung wird als ”lokale Dichtenäherung“ oder LDA (vom englischen local density approximation) bezeichnet. Durch diesen Schritt werden Vielteilchen-Korrelationen effektiv in Zweiteilchen-Wechselwirkungen eingeschlossen. Die Kopplungsfunktionale Γ brauchen im Allgemeinen nicht, wie in Gleichung (2.45), von ρ_{nm} abzuhängen, sondern können ein Funktional eines beliebigen Lorentz-Skalars $\hat{\rho}_o = \hat{\rho}_o(\bar{\Psi}_F, \Psi_F)$ sein. Dieses Funktional ist im Allgemeinen für verschiedene Arten von Baryonen und Mesonen nicht identisch (siehe Abbildung 2.9). In [Len 95a] erwies sich die Abbildung (2.45), die man als VDD (vector density dependence, $\hat{\rho}_o = \sqrt{(\bar{\Psi}_N \gamma_\mu \Psi_N)(\bar{\Psi}_N \gamma^\mu \Psi_N)}$) bezeichnet, als diejenige, welche, verglichen mit der SDD (scalar density dependence, $\hat{\rho}_o = \bar{\psi}\psi$), die Kerndaten besser beschreibt. VDD und SDD sind aber keinesfalls die beiden einzigen möglichen Abhängigkeiten, auch eine Linearkombination der beiden, oder skalare Kombinationen höherer Ordnung sind möglich, wurden allerdings nicht untersucht. Hier soll nun vorerst eine in den baryonischen Feldoperatoren bilineare Entwicklung von $\hat{\rho}$ nach Lorentz-Tensoren bis zur 2. Ordnung verwendet werden,

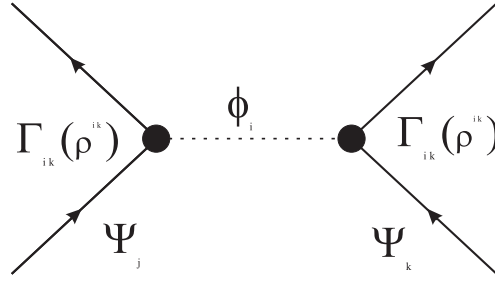


Abbildung 2.9: Die Abbildung zeigt schematisch die mediummodifizierte Wechselwirkung zweier Baryonen Ψ_j und Ψ_k durch das Meson ϕ_i .

die in Analogie zur Lorentz-Struktur der Selbstenergie in Kernmaterie gewählt ist:

$$\hat{\rho}_o^{ij} = \bar{\Psi}_F \left[\hat{A}^{ij} + \hat{B}_\mu^{ij} \gamma^\mu \right] \Psi_F, \quad \begin{aligned} i &= \sigma, \sigma_s, \omega, \phi, \rho \\ j &= N, \Lambda, \Sigma, \Xi \end{aligned} \quad (2.46)$$

\hat{A}^{ij} und \hat{B}_μ^{ij} sind Matrizen im Raum des Flavor-Spinors Ψ_F . Terme höherer Ordnung, die einer N-Punkt-Funktion mit Kontakt-Wechselwirkung entsprechen, treten durch die Verwendung von $\Gamma(\hat{\rho}_o)$ automatisch auf. Bis zu welcher Ordnung diese Terme beitragen hängt von der Parametrisierung der Vertizes Γ ab (in der Parametrisierung aus Tabelle 2.1 z.B. bis zur quadratischen Ordnung).

2.3.1 Das dichteabhängige SU(3)-Modell

Das hier verwendete dichteabhängige Modell stellt eine Erweiterung der QHD (Gleichungen (2.1) – (2.3)), die in Abschnitt 2.1 vorgestellt wurde, dar. Die Quantenhadrodynamik wird dahingehend verändert, daß für die Baryon-Meson-Vertizes $\hat{\Gamma}_i$ mediummodifizierte Kopplungen eingeführt werden. Dies ergibt dann die folgende Lagrange Dichte für das dichteabhängige Modell:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_B + \mathcal{L}_M + \mathcal{L}_{Int} \quad (2.47)$$

$$\mathcal{L}_B = \bar{\Psi}_F \left[i\hat{\not{D}} - \hat{M} \right] \Psi_F \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_M = & \frac{1}{2} [(\partial\sigma)^2 - m_\sigma^2 \sigma^2] + \frac{1}{2} [(\partial\sigma_s)^2 - m_{\sigma_s}^2 \sigma_s^2] - \frac{1}{4} [F_\omega^2 - 2m_\omega^2 \omega^2] \\ & - \frac{1}{4} [F_\phi^2 - 2m_\phi^2 \phi^2] - \frac{1}{4} [\vec{F}_\rho^2 - 2m_\rho^2 \vec{\rho}^2] - \frac{1}{4} F_\gamma^2 \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Int} = & \{ \bar{\Psi}_F \hat{\Gamma}_\sigma (\bar{\Psi}_F, \Psi_F) \Psi_F \sigma + \bar{\Psi}_F \hat{\Gamma}_{\sigma_s} (\bar{\Psi}_F, \Psi_F) \Psi_F \sigma_s \\ & - \bar{\Psi}_F \hat{\Gamma}_\omega (\bar{\Psi}_F, \Psi_F) \gamma^\mu \Psi_F \omega_\mu - \bar{\Psi}_F \hat{\Gamma}_\phi (\bar{\Psi}_F, \Psi_F) \gamma^\mu \Psi_F \phi_\mu \\ & - \frac{1}{2} \bar{\Psi}_F \hat{\Gamma}_\rho (\bar{\Psi}_F, \Psi_F) \gamma^\mu \Psi_F \vec{\rho}_\mu - e \bar{\Psi}_F \hat{Q} \gamma^\mu \Psi_F A_\mu \} \end{aligned} \quad (2.3')$$

Dabei gilt:

$$\left(\hat{\Gamma}_i\right)_{jk} = \delta_{jk}\Gamma_{ij}(\hat{\rho}_o^{ij}) \quad (2.48)$$

Sowohl der freie baryonische (2.1), als auch der freie mesonische Anteil (2.2) der Lagrange-Dichte bleiben unverändert, der Wechselwirkungsanteil (2.3') wird formal durch die Ersetzung $\hat{g}_i \rightarrow \hat{\Gamma}_i$ modifiziert, hinter der der in 2.3 entwickelte theoretische Formalismus steht. Aus den Euler-Lagrange Gleichungen (2.12) erhält man die Mesonenfeldgleichungen, welche formgleich mit denen der QHD auf Seite 16 sind. Lediglich die Quellterme der Bewegungsgleichungen sind analog dem Wechselwirkungsanteil der Lagrange Dichte (2.3) modifiziert:

$$(\partial^2 + m_\sigma^2) \hat{\sigma} = \bar{\Psi}_F \hat{\Gamma}_\sigma (\bar{\Psi}_F, \Psi_F) \Psi_F \quad (2.49)$$

$$(\partial^2 + m_{\sigma_s}^2) \hat{\sigma}_s = \bar{\Psi}_F \hat{\Gamma}_{\sigma_s} (\bar{\Psi}_F, \Psi_F) \Psi_F \quad (2.50)$$

$$\partial^2 \hat{\omega}^\mu - \partial^\mu (\partial_\nu \hat{\omega}^\nu) + m_\omega^2 \hat{\omega}^\mu = \bar{\Psi}_F \hat{\Gamma}_\omega (\bar{\Psi}_F, \Psi_F) \gamma^\mu \Psi_F \quad (2.51)$$

$$\partial^2 \hat{\phi}^\mu - \partial^\mu (\partial_\nu \hat{\phi}^\nu) + m_\phi^2 \hat{\phi}^\mu = \bar{\Psi}_F \hat{\Gamma}_\phi (\bar{\Psi}_F, \Psi_F) \gamma^\mu \Psi_F \quad (2.52)$$

$$\partial^2 \hat{\rho}^\mu - \partial^\mu (\partial_\nu \hat{\rho}^\nu) + m_\rho^2 \hat{\rho}^\mu = \frac{1}{2} \bar{\Psi}_F \hat{\Gamma}_\rho (\bar{\Psi}_F, \Psi_F) \gamma^\mu \Psi_F \quad (2.53)$$

Da zur Herleitung dieser Gleichungen nur Ableitungen nach den mesonischen Freiheitsgraden der Theorie in den Euler-Lagrange Gleichungen auftreten, bleiben diese weitestgehend unverändert. Ein wichtiger Unterschied zur QHD tritt in den baryonischen Feldgleichungen auf. Aus Gleichung (2.45) kann man leicht erkennen, daß eine Variation der Lagrange Dichte nach $\bar{\psi}$ sich auch auf die Vertizes $\hat{\Gamma}_i$ auswirkt und somit zusätzliche Selbstenergien der Baryonen auftreten. Diese werden als "Rearrangement Selbstenergien" bezeichnet. Die Variationsableitung von \mathcal{L}_{int} , Gleichung (2.3'), kann wie folgt geschrieben werden:

$$\frac{\delta \mathcal{L}_{\text{int}}}{\delta \bar{\Psi}_F} = \frac{\partial \mathcal{L}_{\text{int}}}{\partial \bar{\Psi}_F} + \sum_{\substack{i=\sigma, \sigma_s, \omega, \phi, \rho \\ j=N, \Lambda, \Sigma, \Xi}} \frac{\partial \mathcal{L}_{\text{int}}}{\partial \hat{\rho}_o^{ij}} \frac{\delta \hat{\rho}_o^{ij}}{\delta \bar{\Psi}_F} \quad (2.54)$$

Da $\hat{\rho}_o^{ij}$ nur von den Baryon Feldoperatoren abhängt, gilt:

$$\delta \hat{\rho}_o^{ij} = \frac{\partial \hat{\rho}_o^{ij}}{\partial \bar{\Psi}_F} \delta \bar{\Psi}_F \quad (2.55)$$

Aus der Definition von $\hat{\rho}_o$ (2.46) folgt:

$$\frac{\partial \hat{\rho}_o^{ij}}{\partial \bar{\Psi}_F} = \left[\hat{A}^{ij} + \hat{B}_\mu^{ij} \gamma^\mu \right] \Psi_F \quad (2.56)$$

Definiert man

$$S^{(r)ij} \equiv \frac{\partial \mathcal{L}_{\text{int}}}{\partial \hat{\rho}_o^{ij}} \quad \Rightarrow \quad (2.57)$$

$$S^{(r)ij} = \bar{\Psi}_F \frac{\partial \hat{\Gamma}_i(\hat{\Psi}_F, \Psi_F)}{\partial \hat{\rho}_o^{ij}} \Psi_F \Phi^i = \frac{\partial \Gamma_{ij}(\hat{\rho}_o^{ij})}{\partial \hat{\rho}_o^{ij}} \Phi^i \hat{\rho}_s^j, \quad i = \sigma, \sigma_s \quad (2.58)$$

$$S^{(r)ij} = \bar{\Psi}_F \frac{\partial \hat{\Gamma}_i(\hat{\Psi}_F, \Psi_F)}{\partial \hat{\rho}_o^{ij}} \gamma^\mu \Psi_F \Phi_\mu^i = \frac{\partial \Gamma_{ij}(\hat{\rho}_o^{ij})}{\partial \hat{\rho}_o^{ij}} \Phi^i \gamma^\mu \hat{j}_\mu^j, \quad i = \omega, \phi, \rho \quad (2.59)$$

so führt der zweite Term in (2.54) auf die folgende Gestalt der Rearrangement Selbstenergie:

$$\hat{\Sigma}^{(r)} = \hat{\Sigma}_s^{(r)} + \hat{\Sigma}_\nu^{(r)} \gamma^\nu, \quad \text{wobei} \quad (2.60)$$

$$\hat{\Sigma}_s^{(r)} = \sum_{\substack{i=\sigma, \sigma_s, \omega, \phi, \rho \\ j=N, \Lambda, \Sigma, \Xi}} S^{(r)ij} \hat{A}_s^{ij}, \quad \hat{\Sigma}_\mu^{(r)} = - \sum_{\substack{i=\sigma, \sigma_s, \omega, \phi, \rho \\ j=N, \Lambda, \Sigma, \Xi}} S^{(r)ij} \hat{B}_\mu^{ij} \quad (2.61)$$

Zusammen mit den Selbstenergien

$$\hat{\Sigma}_s^{(0)} = \hat{\Gamma}_\sigma(\bar{\Psi}_F, \Psi_F) \sigma + \hat{\Gamma}_{\sigma_s}(\bar{\Psi}_F, \Psi_F) \sigma_s \quad (2.62)$$

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma}^{(0)\mu} = & \hat{\Gamma}_\omega(\bar{\Psi}_F, \Psi_F) \omega^\mu + \hat{\Gamma}_\phi(\bar{\Psi}_F, \Psi_F) \phi^\mu \\ & + \hat{\Gamma}_\rho(\bar{\Psi}_F, \Psi_F) \cdot \hat{\rho}^\mu + e \hat{Q} A^\mu, \end{aligned} \quad (2.63)$$

welche auch in nicht dichteabhängigen Theorien auftreten, erhält man die Gesamt-Selbstenergien:

$$\hat{\Sigma}_s = \hat{\Sigma}_s^{(0)} + \hat{\Sigma}_s^{(r)}, \quad \hat{\Sigma}^\mu = \hat{\Sigma}^{(0)\mu} + \hat{\Sigma}^{(r)\mu} \quad (2.64)$$

In ihrer Struktur bleibt die Feldgleichung der Nukleonen (2.13) unverändert, jedoch enthalten die Selbstenergien $\hat{\Sigma}_s$ und $\hat{\Sigma}^\mu$ nun Zusatzterme:

$$\left[(i \not{\partial} - \hat{\mathbb{Z}}) - (\hat{M} - \hat{\Sigma}_s) \right] \Psi_F = 0 \quad (2.65)$$

Die baryonische Dynamik wird durch die Rearrangement Beiträge modifiziert. Diese treten bei einer konsistenten Behandlung der Dichteabhängigkeit in einer relativistischen Quantenfeldtheorie ganz natürlich auf, und beseitigen damit die Unzulänglichkeiten dichteabhängigen Feldtheorien, welche die Dichteabhängigkeit nur als Parameter behandeln. Darin zeigt sich, daß eine konsistente Behandlung der Dichteabhängigkeit eine Umordnung der Nukleonenverteilung durch Medium-Polarisationseffekte erfordert, welche effektiv mittels der Rearrangement-Selbstenergien in das Modell eingehen. Die Dynamik der Felder wird in der hier vorgestellten dichteabhängigen Quantenfeldtheorie auf zwei verschiedene Arten verändert: Mesonen- und Baryonendynamik werden durch die explizite Dichteabhängigkeit in den Vertizes Γ_i beeinflusst. Die Baryonen erfahren eine zusätzliche Modifikation ihrer Dynamik durch das Auftreten von Rearrangement Selbstenergien. Die Form und Lorentz Struktur dieser wird durch $\hat{\rho}_o$ bestimmt. Zwei Beispiele für eine Wahl von $\hat{\rho}_o$ sind VDD und SDD, die in [Len 95a] ausführlich diskutiert werden.

2.3.2 Reduktion zum dichteabhängigen MF-Modell

Dirac Brueckner (DB) Rechnungen schließen eine weitaus kleinere Klasse an Diagrammen ein, als dies eine komplette feldtheoretische Behandlung von hadronischen Systemen täte. Daher ist es ersichtlich, daß in der dichteabhängigen Hadronenfeldtheorie Näherungen eingeführt werden müssen, um die Ergebnisse aus den DB-Rechnungen konsistent benutzen zu können. Aus physikalischen, aber auch aus numerischen Gründen, werden in DB-Rechnungen Vakuum-Beiträge vernachlässigt und Medium-Effekte alleine der Polarisierung des Dirac-Sees der Valenzteilchen positiver Energie zugeschrieben. Als Näherung für die Hadronenfeldtheorie wird hier die bereits in Abschnitt 2.1.1 beschriebene Hartree-Meanfieldnäherung benutzt, welche die mesonischen Felder als statische, nicht operatorwertige Felder behandelt, die klassischen Bewegungsgleichungen gehorchen. Dies entspricht der gesuchten Angleichung der Näherungen in der Hadronenfeldtheorie und den dichteabhängigen Kopplungsfunktionen aus DB-Selbstenergien. Im Gegensatz dazu würden die Kopplungsfunktionen in einer vollständigen Theorie an die komplette In-Medium T-Matrix angepaßt [Boe 94a]. Es wird in der folgenden Diskussion angenommen, daß alle Produkte fermionischer Operatoren normalgeordnet bezüglich des Hartree Grundzustandes $|0\rangle$ sind, welcher eine einfache Slaterdeterminante der besetzten Baryonenzustände beschreibt. Die auftretenden Erwartungswerte werden bezüglich $|0\rangle$ gebildet, so zum Beispiel $\langle \Gamma_\sigma \rangle = \langle 0 | \Gamma_\sigma | 0 \rangle$.

Benutzt man das Wick'sche Theorem, so kann $\hat{\rho}_o$ in eine Summe aus einem zahlenwertigen Anteil $\rho_o = \langle \hat{\rho}_o \rangle$ und einem operatorwertigen Anteil $C(\hat{\rho}_o)$ mit $\langle C \rangle = 0$ zerlegt werden:

$$\hat{\rho}_o = \rho_o + C(\hat{\rho}_o) \quad (2.66)$$

Die Korrelationsfunktion C enthält sowohl die normalgeordneten Anteile von $\hat{\rho}_o$, als auch die nicht statischen Teilchen-Loch Beiträge. Aufgrund von (2.66) reduzieren sich Erwartungswerte von Potenzen von $\hat{\rho}_o$ zu Potenzen von Erwartungswerten, z.B. $\langle \hat{\rho}_o^2 \rangle = \rho_o^2$, was insbesondere die Benutzung von Taylor Entwicklungen in dieser Näherung stark vereinfacht. Setzt man nun (2.66) in (2.45) ein, so erhält man:

$$\Gamma_{ij}(\hat{\rho}_o^{ij}) = \Gamma_{ij}(\rho_o^{ij}) + C(\hat{\rho}_o^{ij}) \frac{\partial}{\partial \rho_o^{ij}} \Gamma_{ij}(\rho_o) + \dots \quad (2.67)$$

Daher können die Vertex Funktionale in der Hartree Näherung durch Funktionen des Erwartungswertes von $\hat{\rho}_o$ ersetzt werden

$$\hat{\Gamma}_i^{\text{MF}}(r) \equiv \langle \hat{\Gamma}_i(\bar{\Psi}_F, \Psi_F) \rangle \quad \text{mit} \quad (2.68)$$

$$\langle \Gamma_{ij}(\hat{\rho}_o^{ij}) \rangle = \Gamma_{ij}(\rho_o^{ij}), \quad (2.69)$$

was die ursprünglich hochgradig nichtlinearen Bewegungsgleichungen auf eine für numerische Auswertung handhabbare Gestalt bringt.

In den Bewegungsgleichungen der Mesonen, (2.49)–(2.53), verschwindet durch den Übergang auf die statische Meanfield-Näherung die zeitliche Ableitung, und die Feldoperatoren werden durch ihren jeweiligen Erwartungswert ersetzt:

$$(-\nabla^2 + m_\sigma^2) \sigma_o = \sum_{j=N,\Lambda,\Sigma,\Xi} \Gamma_{\sigma j}(\rho_o^{\sigma j}) \rho_s^j \quad (2.70)$$

$$(-\nabla^2 + m_{\sigma_s}^2) \sigma_{s\ o} = \sum_{j=N,\Lambda,\Sigma,\Xi} \Gamma_{\sigma_s j}(\rho_o^{\sigma_s j}) \rho_s^j \quad (2.71)$$

$$(-\nabla^2 + m_\omega^2) \omega_o^0 = \sum_{j=N,\Lambda,\Sigma,\Xi} \Gamma_{\omega j}(\rho_o^{\omega j}) \rho_B^j \quad (2.72)$$

$$(-\nabla^2 + m_\phi^2) \phi_o^0 = \sum_{j=N,\Lambda,\Sigma,\Xi} \Gamma_{\phi j}(\rho_o^{\phi j}) \rho_B^j \quad (2.73)$$

$$(-\nabla^2 + m_\rho^2) \rho_o^{00} = \sum_{j=N,\Lambda,\Sigma,\Xi} \Gamma_{\rho j}(\rho_o^{\rho j}) \rho_3^j \quad (2.74)$$

Das elektromagnetische Feld wird genau analog der QHD Meanfield Theorie behandelt, indem die Felder durch ihren Erwartungswert und die Quellen durch die gemittelten Ladungsdichten ersetzt werden. Die konventionellen Selbstenergien (ohne Rearrangement Beiträge) sind für die dichteabhängige Theorie in der Hartree-Näherung durch

$$\hat{\Sigma}_s^{(0)}(r) = \hat{\Gamma}_\sigma^{\text{MF}}(r) \sigma_o(r) + \hat{\Gamma}_{\sigma_s}^{\text{MF}}(r) \sigma_{s\ o}(r) \quad (2.75)$$

$$\hat{\Sigma}^{(0)0}(r) = \hat{\Gamma}_\omega^{\text{MF}}(r) \omega_o^0(r) + \hat{\Gamma}_\phi^{\text{MF}}(r) \phi_o^0(r) + \hat{\Gamma}_\rho^{\text{MF}}(r) \rho_o^{00}(r) + e\hat{Q}A_o^0(r) \quad (2.76)$$

gegeben. Diese weichen in derselben Weise von den Selbstenergien der QHD ab, wie die mesonischen Bewegungsgleichungen, lediglich über die Verwendung von dichteabhängigen Kopplungsfunktionen anstelle von Kopplungskonstanten. In den Rearrangement-Selbstenergien erhält man durch die Näherung:

$$\left\langle \frac{\partial \Gamma_{ij}(\hat{\rho}_o^{ij})}{\partial \hat{\rho}_o^{ij}} \right\rangle = \frac{\partial \Gamma_{ij}^{\text{MF}}(\rho_o^{ij})}{\partial \rho_o^{ij}} \quad (2.77)$$

Da die ρ_o^{ij} nun reine Funktionen des Ortes sind, gilt dies auch für die Rearrangement-Selbstenergien:

$$\hat{\Sigma}_s^{(r)} = \sum_{\substack{i=\sigma,\sigma_s,\omega,\phi,\rho \\ j=N,\Lambda,\Sigma,\Xi}} S_{\text{MF}}^{(r)ij}(r) \hat{A}_s^{ij} \quad , \quad \hat{\Sigma}_\mu^{(r)} = - \sum_{\substack{i=\sigma,\sigma_s,\omega,\phi,\rho \\ j=N,\Lambda,\Sigma,\Xi}} S_{\text{MF}}^{(r)ij}(r) \hat{B}_\mu^{ij} \quad (2.78)$$

Mit (2.65), (2.75), (2.76) und (2.78) ergibt sich die stationäre Dirac-Gleichung in Meanfield-Näherung:

$$H\Psi_F = \left[\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta \left(\hat{M} - \hat{\Sigma}_s^{(0)}(r) \right) - \hat{\Sigma}^{(0)0}(r) - \hat{\Sigma}^{(r)0}(r) \right] \Psi_F = E\Psi_F \quad (2.79)$$

Gleichung (2.79) ist hier nur für radialsymmetrische Systeme dargestellt, da ausschließlich solche in dieser Arbeit behandelt werden. Die Lösung von (2.79) wird im Detail in Anhang A1 besprochen. Durch eine nichtrelativistische Reduktion erhält man das Spin-Bahn (U_{so})- und das Zentralpotential (U_c)

$$U_{so} = \frac{1}{2M} \frac{\partial_r (\Sigma_s^{(0)} + \Sigma^{(0)0} + \Sigma^{(r)0})}{E+M - \Sigma_s^{(0)} - \Sigma^{(0)0} - \Sigma^{(r)0}} \quad (A1.7)$$

$$U_c = \Sigma_s^{(0)} - \Sigma^{(0)0} - \Sigma^{(r)0}, \quad (A1.8)$$

welche eine Anschauung der Effekte des Rearrangements in klassischen Größen zur Verfügung stellen. Hierin tritt die durch Rearrangement Selbstenergien verursachte Veränderung der Baryonen-Dynamik klar zu Tage. Aus dem Energie-Impuls-Tensor der Theorie ergibt sich die Grundzustands-Energie

$$\begin{aligned} E_{g.s.} = & \sum_{i=N,\Lambda,\Sigma,\Xi} \sum_{j, E_{kj} \leq \epsilon_F} (2j+1) E_{kj}^i - \int d^3r \bar{\Psi}_F \left[\hat{\Sigma}_s^{(r)}(r) - \hat{\Sigma}^{(r)0}(r) \right] \Psi_F \\ & - \frac{1}{2} \int d^3r \bar{\Psi}_F \left[\hat{\Gamma}_\sigma^{MF}(r) \sigma(r) + \hat{\Gamma}_{\sigma_s}^{MF}(r) \sigma_s(r) - \hat{\Gamma}_\omega^{MF}(r) \gamma^0 \omega_o(r) \right. \\ & \left. - \hat{\Gamma}_\phi^{MF}(r) \gamma^0 \phi_o(r) - \hat{\Gamma}_\rho^{MF} \gamma^0 \rho_o - e \hat{Q} A_o(r) \right] \Psi_F \end{aligned} \quad (2.80)$$

Hier sind E_{kj} die Eigenwerte der Dirac Gleichung (2.79) von Zuständen mit Gesamtdrehimpuls j für positive Energien. ρ_p ist die Protonendichte, und $\rho_3 = \rho_p - \rho_n$ die Isovektor-Dichte, die Quelle des ρ -Mesons.

Die dichteabhängige Theorie liefert für stabile Kerne eine sehr gute Übereinstimmung der Ladungsradien und der Energie pro Baryon mit dem Experiment (für eine ausführliche Diskussion des Modells sei auf [Len 95a] verwiesen). Damit stellt das Modell die notwendigen Voraussetzungen für eine konsistente mikroskopische Beschreibung von Hyperkernen zur Verfügung. Diese wird im folgenden Kapitel für Λ -Hyperkerne untersucht.



3.

Dichteabhängige Λ -N-Feldtheorie

Die Welt der Hyperkerne, sowie die Hyperon-Baryon-Wechselwirkung, ist bisher auf dem experimentellen Sektor lediglich für spezielle $|S| = 1$ -Systeme, sprich Einfach- Λ -Hyperkerne, in größerem Umfang erforscht. Auch theoretische Beschreibungen der $SU(3)_F$ -Wechselwirkungen beinhalten noch immer große Unsicherheiten, die aufgrund der Komplexität der Wechselwirkungen im hadronischen Sektor und fehlender Informationen von experimenteller Seite zustande kommen. Daher ist eine Hadronenfeldtheorie, die über den Isospinsektor und den Λ -Freiheitsgrad hinausgeht momentan mit starken Voraussetzungen und großen Unsicherheiten behaftet. Aus diesen Gründen, aber auch aufgrund der größeren Übersichtlichkeit und der daraus resultierenden tieferen Einblicke in die Hyperon-Nukleon-Dynamik, soll in diesem Kapitel ein dichteabhängiges Λ -N-Meanfield-Modell konstruiert werden (Abschnitt 3.1), welches sich direkt aus der $SU(3)_F$ -Theorie in Abschnitt 2.3 ableitet. Die Hauptaufgabe wird darin bestehen, die Wechselwirkungen in einer konsistenten Weise festzulegen. Im Grenzfall $|S| = 0$ soll sich diese für die Nukleonen auf VDD reduzieren, welche sich bereits bei der Beschreibung gewöhnlicher Kerne als qualitativ sehr gut herausgestellt hat. Dies wird in Abschnitt 3.2 besprochen. Abschnitt 3.3 faßt noch einmal die wesentlichen Aspekte des dichteabhängigen Modells für Λ -Hyperkerne zusammen.

3.1 Das Λ -N-Modell

In dem hier gewählten feldtheoretischen Zugang zur Beschreibung von Hyperkernen werden die Baryonen als strukturlose, unterscheidbare, Punktteilchen angesehen. Dies gilt insbesondere auch für die Λ -Hyperonen. Eine Dissoziation der Teilchen in Materie, sowie die Wechselwirkung der elementaren Freiheitsgrade (der Quarks) miteinander, welche zu einer

Mischung der reinen Baryonenzustände führen würde (vgl. hierzu [Mül 99]), werden vernachlässigt. Letzteres kommt einer Veränderung der effektiven Masse im Medium gleich, und ist daher nicht unterscheidbar von Mediumeffekten, die die Wechselwirkungsstärke der

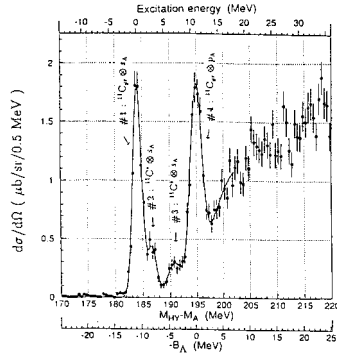


Abbildung 3.1: Spektrum eines Experiments zur Produktion von Hyperkernen mittels der Reaktion π^+ (^{41}Ca , $^{41}\text{Ca } \Lambda$) K^- [Aji 95]

ren auch die scharfen Peaks tiefgebundener Zustände in Hyperkernen (siehe Abbildung 3.1), daß Hyperonen im Kerninneren als scharfe Teilchen vorliegen (bezüglich Zeitskalen der starken Wechselwirkung). Der gewählte Zugang ist daher adäquat für die Beschreibung von Λ -Hyperkernen.

Die Wechselwirkung im Λ -N-Modell soll auf den Austausch von Nicht-Strange-Mesonen beschränkt bleiben, da die Strange-Mesonen selbst für die Λ - Λ -Wechselwirkung, welche auch nur unzureichend untersucht ist, aufgrund des Strangeness-Inhalts der Λ s von $\frac{1}{3}$ lediglich einen Effekt von weniger als 10% verursachen. Der größte Teil dieses Effekts wird sich schließlich in der Parametrisierung des Λ - σ - und des Λ - ω -Vertex verbergen. Die Kopplung der Nukleonen an das ρ -Meson wird [Len 95a] folgend als konstant behandelt, da hierfür keine Parametrisierungen mikroskopischer Rechnungen verfügbar sind. Dies ist vertretbar, weil die aus dem ρ -Austausch resultierenden kurzreichweitigen Korrelationen nur relativ kleine Korrekturen zu den Potentialen liefern. Das Λ koppelt nicht an das ρ , da es ein isoskales Baryon ist. Die Lagrange Dichte des Λ -N-Modells schreibt sich dann wie folgt:

$$\mathcal{L}^{\Lambda N} = \mathcal{L}_B^{\Lambda N} + \mathcal{L}_M^{\Lambda N} + \mathcal{L}_{\text{Int}}^{\Lambda N} \quad (3.1)$$

$$\mathcal{L}_B^{\Lambda N} = \bar{\Psi}_{\Lambda N} \left[i \not{\partial} - \hat{M}^{\Lambda N} \right] \Psi_{\Lambda N} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_M^{\Lambda N} = & \frac{1}{2} [(\partial\sigma)^2 - m_\sigma^2 \sigma^2] - \frac{1}{4} [F_\omega^2 - 2m_\omega^2 \omega^2] \\ & - \frac{1}{4} [\vec{F}_\rho^2 - 2m_\rho^2 \vec{\rho}^2] - \frac{1}{4} F_\gamma^2 \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{Int}}^{\Lambda N} = & \{ \bar{\Psi}_{\Lambda N} \hat{\Gamma}_\sigma^{\Lambda N} \Psi_{\Lambda N} \sigma - \bar{\Psi}_{\Lambda N} \hat{\Gamma}_\omega^{\Lambda N} \gamma^\mu \Psi_{\Lambda N} \omega_\mu \\ & - \frac{1}{2} \bar{\Psi}_{\Lambda N} \hat{g}_\rho^{\Lambda N} \gamma^\mu \Psi_{\Lambda N} \vec{\rho}_\mu - e \bar{\Psi}_{\Lambda N} \hat{Q}^{\Lambda N} \gamma^\mu \Psi_{\Lambda N} A_\mu \} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Der Index ΛN an den Elementen des Flavor-Raumes bezeichnet eine Einschränkung der vollständigen Objekte auf den Unterraum der Nukleonen und Lambdas. Analog zu Abschnitt 2.3.2 erhält man die Reduktion zum Meanfield und die daraus resultierenden Bewegungsgleichungen. Die Indizes ΛN werden im Folgenden aus Gründen der Übersichtlichkeit unterdrückt. Alle von nun an auftretenden Elemente des Flavor-Raumes sind ausschließlich solche aus dem Unterraum der Nukleonen und Λ -Hyperonen:

$$H\Psi = \left[\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta \left(\hat{M} - \hat{\Sigma}_s^{(0)}(r) - \hat{\Sigma}_s^{(r)}(r) - \hat{\Sigma}^{(0)0}(r) - \hat{\Sigma}^{(r)0}(r) \right) \right] \Psi = E\Psi \quad (3.5)$$

$$(-\nabla^2 + m_\sigma^2) \sigma(r) = \sum_{j=N, \Lambda} \Gamma_{\sigma j}(\rho_o^{\sigma j}) \rho_s^j \quad (3.6)$$

$$(-\nabla^2 + m_\omega^2) \omega_o(r) = \sum_{j=N, \Lambda} \Gamma_{\omega j}(\rho_o^{\omega j}) \rho_B^j \quad (3.7)$$

$$(-\nabla^2 + m_\omega^2) \rho_o(r) = g_{\rho N} \rho_3^N \quad (3.8)$$

3.2 Die Wechselwirkung zwischen Λ s und Mesonen

Λ -Hyperonen sind bezüglich ihrer Wechselwirkungsstruktur die am unkompliziertesten zu behandelnden Hyperonen. Sie sind einerseits elektrisch neutral, so daß

$$e \bar{\Psi}_\Lambda \hat{Q} \gamma^\mu \Psi_\Lambda A_\mu = 0 \quad (3.9)$$

gilt, und stellen andererseits ein Iso-Singlett dar, woraus folgt, daß

$$g_\rho^\Lambda \bar{\Psi}_\Lambda \vec{\tau}^\Lambda \gamma^\mu \Psi_\Lambda \vec{\rho}_\mu = 0. \quad (3.10)$$

Dies reduziert die Anzahl der zu bestimmenden Kopplungen auf lediglich zwei. Betrachtet man Einfach- Λ -Hyperkerne, also Systeme mit $|S| = 1$, so beschreibt (3.1), unter der Voraussetzung, daß ideale Mischung¹ vorliegt, das Hyperon-Kern-System exakt. Dies liegt daran, daß das ϕ und das σ_s im Falle idealer Mischung nicht an die Nukleonen koppeln und daher in Abwesenheit weiterer Teilchen mit nichtverschwindendem Strangeness-Inhalt kein meßbarer Effekt dieser Mesonen auftritt. Zur Beschreibung von Einfach- Λ -Hyperkernen bedarf es also lediglich einer Bestimmung der Wechselwirkung des Λ mit dem σ - und dem ω -Meson.

¹Ideale Mischung bedeutet, daß $\phi = s\bar{s}$ und $\omega = \sqrt{\frac{1}{2}}(u\bar{u} + d\bar{d})$ ist. Dies kommt einer Entmischung des Isospins vom Rest der $SU(3)_f$ gleich, die in der Natur auch annähernd realisiert ist. Siehe hierzu auch [Hal 84], S.49

Eine konsistente Behandlung der Λ -Hyperonen verlangt auch für diese dichteabhängige Kopplungsfunktionale anstelle konstanter Kopplungen. Aufgrund fehlender Dirac-Brueckner-Rechnungen für Hyperonen muß hierfür allerdings auf eine näherungsweise Beschreibung der dichteabhängigen Λ -N-Wechselwirkung zurückgegriffen werden. Als naheliegender Ansatz wird eine funktionale Form der Dichteabhängigkeit analog der N-N-Wechselwirkung, wofür hier die VDD gewählt wird, angenommen, allerdings mit einem Operator $\hat{\rho}_o^\Lambda$ im Argument. Die funktionale Abhängigkeit ist hier, dem Konzept der VDD folgend, nicht vom Mesonentyp abhängig. Um die Form von $\hat{\rho}_o^N$ und $\hat{\rho}_o^\Lambda$ zu bestimmen, muß noch einmal zur Brueckner-Theorie in Abschnitt 2.2.2 zurückgeschaut werden. Die Dichteabhängigkeit der Wechselwirkung wird darin durch Pauli blockierte intermediäre Zustände hervorgerufen. Da in unserem Falle nur ungeladene Mesonen ausgetauscht werden, treten also auch als Zwischenzustände nur die Baryonen der Eingangskanäle auf. In den Dirac-Brueckner-Rechnungen wird nun der Fermi-Impuls für die verschiedenen Teilchensorten vorgegeben, welcher damit die vektoriellen Dichten der verschiedenen Baryontypen (im hier betrachteten Fall Nukleonen und Λ s) festlegt. Diese Überlegungen zeigen, daß die dichteabhängige Wechselwirkung in erster Ordnung für Nukleonen und Λ s separiert, und daher die medium-modifizierten Vertizes der Nukleonen sinnvollerweise nur von der vektoriellen Nukleonendichte $\hat{\rho}_B^N$ und die der Λ s nur von der vektoriellen Λ -Dichte $\hat{\rho}_B^\Lambda$ abhängen kann. Dies führt zu einer natürlichen Erweiterung des VDD-Konzepts durch:

$$\begin{aligned}\hat{\rho}_o^N &= \hat{\rho}_o^{\sigma N} = \hat{\rho}_o^{\omega N} = \sqrt{j_\mu^N j_\mu^N}, \\ \hat{\rho}_o^\Lambda &= \hat{\rho}_o^{\sigma \Lambda} = \hat{\rho}_o^{\omega \Lambda} = \sqrt{j_\mu^\Lambda j_\mu^\Lambda},\end{aligned}\quad \text{wobei } j_\mu^i = \bar{\Psi}_i \gamma_\mu \Psi_i \quad (3.11)$$

Von der Struktur her sind die Dirac-Brueckner-Gleichungen für Nukleonen und Λ s identisch, abgesehen von der unterschiedlichen Masse dieser beiden Baryontypen. Dies hat aber in erster Ordnung keinen Effekt. Daher kann als Näherung für die gesuchten dichteabhängigen Vertizes die identische funktionale Form für Λ s und Nukleonen angenommen werden, allerdings mit zwei wesentlichen Unterschieden:

- ❶ Die absolute Stärke der Λ -Meson -Kopplung ist schwächer als die der Nukleonen.
- ❷ Die Modifikation der Λ -Meson-Kopplung im Medium wird nur durch die anwesenden Λ s hervorgerufen, während die Mediummodifikation der Nukleon-Meson-Kopplung ausschließlich durch die Nukleonen verursacht wird.

Die Reduktion der absoluten Stärke ist bereits aus der $SU(3)_f$ -Gruppenstruktur heraus zu motivieren. Der von der $SU(3)_f$ gegebene Skalierungsfaktor beträgt genau $\frac{2}{3}$. Aus dieser folgt, daß die Kopplungsstärke zwischen den Mesonen ohne Strangeness-Inhalt (welche hier ausschließlich Verwendung finden) und den Baryonen mit dem u-/d-Quark Anteil dieser Baryonen skaliert. Bei der Anwendung dieser gruppentheoretischen Argumente ist stets zu bedenken, daß es sich bei der Flavor-Gruppe um eine relativ stark gebrochene Symmetrie handelt. Es ist daher zu erwarten, daß Korrekturen der reinen $SU(3)_f$ -Werte notwendig sind. Daher werden hier anstelle der $SU(3)_f$ Werte die relativen Kopplungen

R_σ und R_ω eingeführt, welche dann die endgültige Form der Kopplungsfunktionale für die Λ -Meson-Wechselwirkung festlegen:

$$\Gamma_{\sigma\Lambda}(\rho_o^\Lambda) = R_\sigma \cdot \Gamma_{\sigma N}(\rho_o^\Lambda) \quad (3.12)$$

$$\Gamma_{\omega\Lambda}(\rho_o^\Lambda) = R_\omega \cdot \Gamma_{\omega N}(\rho_o^\Lambda) \quad (3.13)$$

Durch Gleichungen (3.11)–(3.13) ist nun die Dynamik des Λ -Nukleonen-Systems festgelegt, das heißt, die Rearrangement-Selbstenergien für die VDD- Λ -N-Hadronenfeldtheorie kann nun angegeben werden. Aus (3.11) erhält man

$$\frac{\delta \hat{\rho}_o^i}{\delta \bar{\Psi}_j} = \gamma_\mu \hat{u}^\mu \Psi_j \delta_{ij} \Rightarrow \hat{A}_s^{ij} = 0, \quad \hat{B}_\mu^{ij} = \begin{pmatrix} \delta^{Nj} & 0 \\ 0 & \delta^{\Lambda j} \end{pmatrix} \hat{u}_\mu, \quad (3.14)$$

$$\text{da } \hat{j}^\mu = \hat{u}^\mu \hat{\rho}_B, \quad \hat{j}^2 = \hat{\rho}_B^2, \quad u^\mu: \text{ Vierergeschwindigkeit} \quad (3.15)$$

was dann mit (2.59) die VDD Selbstenergien der Nukleonen und Λ s liefert:

$$\hat{\Sigma}_s^{(r)i} = 0 \quad (3.16)$$

$$\hat{\Sigma}_\mu^{(r)} = \sum_{j=N,\Lambda} \bar{\Psi} \left[\frac{\partial \hat{\Gamma}_\sigma}{\partial \hat{\rho}_o^{\sigma j}} \sigma + \frac{\partial \hat{\Gamma}_\omega}{\partial \hat{\rho}_o^{\omega j}} \omega^\nu \right] \Psi \hat{B}_\mu^{ij} \quad (3.17)$$

$$\stackrel{\text{MF}}{\Rightarrow} \hat{\Sigma}_\mu^{(r)i} = \left[\frac{\partial \Gamma_{\sigma i}(\hat{\rho}_o^i)}{\partial \hat{\rho}_o^i} \sigma \rho_s^i + \frac{\partial \Gamma_{\omega i}(\hat{\rho}_o^i)}{\partial \hat{\rho}_o^i} \omega^0 \rho^i \right] \quad (3.18)$$

Sie sind für beide Baryontypen unabhängig vom jeweils anderen. Dies ist auch aus physikalischen Gesichtspunkten sinnvoll. In den Rearrangement-Selbstenergien zeigt sich ein Polarisierungseffekt in hadronischen Systemen, der sich, wie bereits weiter vorne diskutiert, lediglich auf eine bestimmte Nukleonensorte auswirkt. Aus diesem Grunde spüren die Λ s im Kern auch nur mittelbar das Nukleonen-Rearrangement, da es zu einer veränderten Nukleonendichte führt, welche die Quelle für das Λ -Potential darstellt. Direkte Auswirkungen auf das Einteilchenspektrum der Λ s ergeben sich nicht.

Um nun die letzten noch offenen Größen, die beiden relativen Kopplungen R_σ und R_ω zu bestimmen, kann zur Orientierung vom $SU(3)_f$ -Wert $\frac{2}{3}$ ausgegangen werden. Dieses Vorgehen zur Bestimmung der Kopplungskonstanten gibt lediglich eine ungefähre Richtung vor, da keine DB-Rechnungen zu Λ -Nukleon Wechselwirkungen verfügbar sind. Auch ist bei der Verwendung der $SU(3)_f$ für Symmetrieargumente zu bedenken, daß diese in der Natur ziemlich stark gebrochen ist, und somit sicherlich auch Abweichungen von den Werten $R_\sigma = \frac{2}{3}$ und $R_\omega = \frac{2}{3}$ zu erwarten sind. Letztendlich müssen aber die verfügbaren experimentellen Daten zuerst den zulässigen Wertebereich für R_σ und R_ω festlegen. Diese Daten (siehe Abbildung 1.9) bestehen aus Einteilchenspektren für Kerne verschiedener Massenzahlen zwischen ^9Be und ^{208}Pb , sowie der Spin-Bahn Aufspaltung der 1p Schale in ^{13}C von etwa (0.36 ± 0.3) MeV. Abbildung 3.2 zeigt die χ^2 Abweichungen der theoretischen von den experimentellen Werten in Abhängigkeit vom vorgegebenen Wertepaar (R_σ, R_ω) . Die

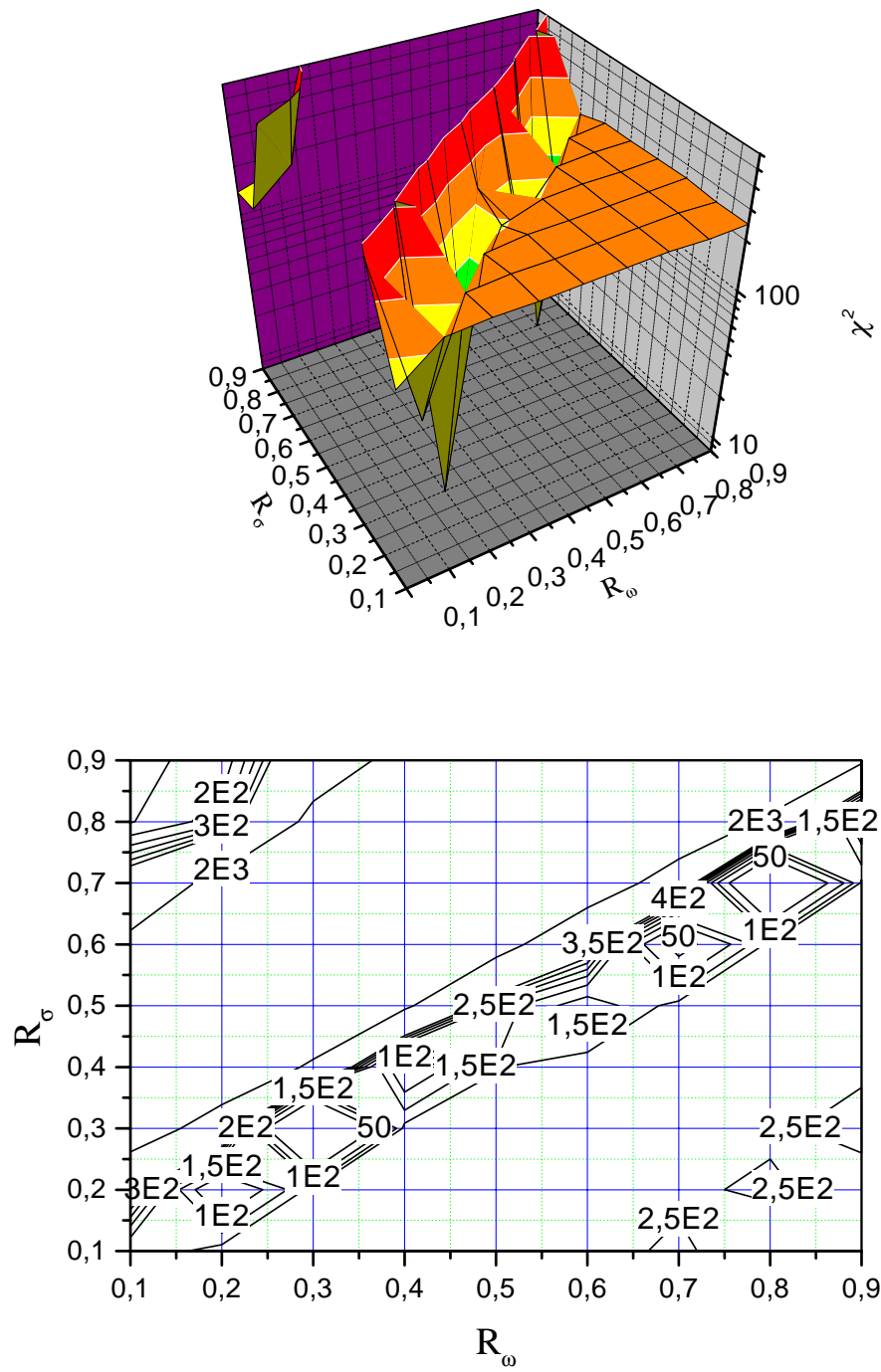


Abbildung 3.2: χ^2 -Abweichung zwischen experimentellen Werten und theoretischen Vorhersagen für die in Abbildung 1.9 dargestellten Einteilchenspektren. Aufgetragen ist die Abweichung als Funktion der relativen Kopplungsstärken R_σ und R_ω . Es ist zu beachten, daß lediglich die Punkte im Abstand von 0.1 Einheiten berechnet wurden, so daß sich wohl Tendenzen, aber keinesfalls absolute Minima der Abweichung in dieser Darstellung identifizieren lassen.

gewichtete quadratische Abweichung, χ^2 , ist gegeben durch:

$$\chi^2 = \sum_{\text{Einteilchen Energien}} \frac{(\overline{E_i^{\text{th}}} - E_i^{\text{exp}})^2}{(\Delta E_i^{\text{exp}})^2}. \quad (3.19)$$

Das hier auftretende $\overline{E_i^{\text{th}}}$ bezeichnet eine Mittelung über die nicht entarteten Werte der einzelnen Drehimpulsorbitale, die im Experiment aber nicht aufgelöst sind. Es ist klar zu erkennen, daß die Einteilchenspektren ein ganzes Intervall von möglichen Paaren (R_σ, R_ω) zulassen. Diese Paare sind etwa durch eine Gerade gegeben, welche durch die Punkte $(R_\sigma, R_\omega) = (0.1, 0.1)$ und $(R_\sigma, R_\omega) = (0.8, 0.9)$ verläuft. Abseits dieses “Tals” wächst die Abweichung zwischen Theorie und Experiment rapide an.

Die vorhandenen experimentellen Daten legen somit die relativen Kopplungen nicht eindeutig fest. Der Grund für die Varianz liegt in der Struktur relativistischer Hadronenfeldtheorien. In diesen ergibt sich das mittlere Potential, in dem die Nukleonen sitzen, durch die Summe aus einem großen positiven (repulsiven) Vektorfeld und einem großen negativen (attraktiven) skalaren Feld, beide in der absoluten Größe von etwa 300-400 MeV. Daher kann, durch gleichzeitiges Verändern der skalaren und der vektoriellen Kopplung des Λ , das experimentelle Spektrum über einen großen Parameterbereich hinweg reproduziert werden. Hier spielen allerdings noch zwei weitere Dinge hinein. Zum einen – ein mehr technischer Punkt – läßt die Unsicherheit der Daten (etwa das Fünf- bis Zehnfache der vermeintlichen Spin-Bahn Aufspaltung) keinen Zugang zur Feinstruktur des Einteilchen Spektrums zu. Zum anderen verändert das Λ den Rumpfkern, in dem es sich bewegt, kaum, so daß sich ein Nachstimmen der Λ -Meson Kopplung effektiv nur auf das Einteilchenspektrum des Λ auswirkt. Daher würde eine genauere Kenntnis der Einteilchen-Spektren diese Unsicherheit gewaltig reduzieren oder sogar beheben.

Eine weitere Einschränkung des Wertebereichs von (R_σ, R_ω) läßt sich über die beobachtete geringe Spin-Bahn Aufspaltung in ^{13}C erreichen. Dieser einzelne Datenpunkt bringt hierbei keinen sinnvollen Anhaltspunkt für eine exakte Bestimmung der relativen Kopplungen, er bestätigt aber die Tendenz einer kleinen Spin-Bahn Aufspaltung, welche in den gemessenen Einteilchenspektren erkennbar ist. Die Breite der Resonanzen in den aufgenommen Spektren (siehe hierzu Abb. 3.1) ist so gering, daß eine Spin-Bahn Aufspaltung der einzelnen Drehimpulsorbitale keinesfalls auch nur annähernd in der Größe dieses Effektes bei normalen Kernen (1-2 MeV) liegen kann. Diese geringe Spin-Bahn Aufspaltung kann auf zwei Arten interpretiert werden. Benutzt man das Quark-Meson-Coupling-(QMC) Modell [Tsu 97], so ergibt sich aufgrund der in Abb. 1.8 dargestellten Spin-Struktur unter Anwendung der Spin-Flavor SU(6), ein Zusammenhang zwischen den verschiedenen Kopplungskonstanten des Modells, die letztendlich auf eine extrem kleine Aufspaltung von 0.1 MeV oder weniger führen. Dieser extrem kleine Wert ist hauptsächlich auf eine Reduktion der Tiefe des in QHD-ähnlichen Modellen üblichen Spin-Bahn-Potentials durch eine zusätzlich eingeführte Tensorkraft zurückzuführen. Der zweite Effekt, welcher auch bei Hadronen Feldtheorien zu einer Abschwächung des Spin-Bahn Potentials führt, begründet sich in der geringeren Wechselwirkungsstärke zwischen Λ s und Nukleonen, verglichen mit der Nukleon-Nukleon Wechselwirkung. Trotz aller Unsicherheiten wird diese Reduktion

aufgrund des Konstituenten-Quark-Inhaltes des Λ -Hyperons zweifelsfrei durch die Daten bestätigt. Sie wirkt sich direkt auf das Spin-Bahn Potential der Λ s aus, da dessen Stärke proportional zur Summe aus skalarem und vektoriell Potential ist (siehe auch Gleichung (A1.7)). Rechnungen zeigen, daß man bereits mit $R_\sigma \approx R_\omega \approx 0.5$ einen Wert am oberen Ende des Fehlerbalkens für den Datenpunkt der 1p Aufspaltung in ^{13}C erhält, was einen Richtwert für die obere Grenze der Wertebereichs gibt. Eine weitere Einschränkung der Λ -Nukleon Wechselwirkung läßt der momentane Stand der experimentellen Daten nicht zu. Sollten neue Experimente zu anderen Schlußfolgerungen führen, so ist die hier gewählte funktionale Abhängigkeit von $\Gamma_{\sigma,\omega} \propto \rho_0^\Lambda$ aufzugeben, da diese nur als grobe Näherung des wahren Verhaltens der Wechselwirkung der Λ -Hyperonen in Kernmaterie angesehen werden kann. Gerade aufgrund der großen Λ -N-Asymmetrie in den betrachteten Kernen, sollten sich hier spürbare Veränderungen ergeben.

Die dichteabhängige Behandlung der Λ s birgt ein weiteres Problem in sich, welches hauptsächlich die Interpretation der relativen Kopplungen R_σ und R_ω , aber auch die Verwendbarkeit von Informationen aus Hyperon-Nukleon Potentialen betrifft. Letzteres wird weiter unten (Seite 42) von Bedeutung sein. Betrachtet man ein reines Ein-Bosonen-Austausch (OBE) Potential V_{NN} , so ist die Interpretation der relativen Kopplung \tilde{R} problemlos möglich:

$$V_{YN} = \frac{\Gamma_{Y\phi}\Gamma_{N\phi}}{m_\phi^2}\phi = \tilde{R}\frac{\Gamma_{N\phi}^2}{m_\phi^2}\phi = \tilde{R}V_{NN} \quad (3.20)$$

Diese reduziert lediglich die NN Kopplung um den gegebenen Faktor. Wird nun, wie in dem hier verwendeten Modell eine medium-modifizierte Wechselwirkung des DB Typs benutzt, so definiert sich R wie folgt:

$$G_{YN} = RG_{NN}. \quad (3.21)$$

G bezeichnet hier die Brueckner'sche G -Matrix. Es stellt sich nun die Frage, ob es vielleicht möglich ist, R und \tilde{R} miteinander in Beziehung zu setzen, um ein Gefühl für die Physik zu bekommen, welche sich hinter R verbirgt. Dies gelingt, indem zuerst G_{YN} und V_{YN} zueinander in Beziehung gesetzt werden. Betrachtet man die Bethe-Goldstone Gleichung (2.35):

$$G_{YN} = V_{YN} + V_{YN}\mathcal{G}G_{YN}, \quad (2.35')$$

so kann man diese wie folgt symbolisch lösen (\mathcal{G} bezeichnet hier den Pauli-geblockten Propagator):

$$G_{YN} = \frac{V_{YN}}{1 - V_{YN}\mathcal{G}} = \frac{\tilde{R}V_{NN}}{1 - \tilde{R}V_{NN}\mathcal{G}} \quad (3.22)$$

Setzt man nun V_{NN} , welches man aus

$$G_{NN} = V_{NN} + V_{NN}\mathcal{G}G_{NN} \Rightarrow V_{NN} = (1 - V_{NN}\mathcal{G})G_{NN} \quad (3.23)$$

bekommt, in (3.22) ein:

$$G_{YN} = \tilde{R} \frac{1 - V_{NN}\mathcal{G}}{1 - \tilde{R}V_{NN}\mathcal{G}} G_{NN} = R G_{NN} \quad (3.24)$$

so erhält man die gesuchte Beziehung zwischen der relativen Kopplung \tilde{R} und seinem Äquivalent für die medium-modifizierte Wechselwirkung, R :

$$R^2 = \tilde{R}^2 \frac{1 - V_{NN}\mathcal{G}}{1 - \tilde{R}^2 V_{NN}\mathcal{G}}. \quad (3.25)$$

Auch diese Beziehung gibt noch keine allzutiefe Einsicht in die Bedeutung von R . Der Propagator \mathcal{G} läßt sich in Brueckner-Rechnungen durch die Zustandsdichte an der Fermi-Oberfläche $N(k_F)$ abschätzen:

$$\mathcal{G} \sim N(k_F) = \frac{M k_F}{2\pi^2} = 1.3 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{MeV fm}^3} \quad (3.26)$$

$$\Rightarrow |V_{NN}\mathcal{G}| = \mathcal{O}(10^{-1}) \quad (3.27)$$

Daher gilt:

$$\frac{R}{\tilde{R}} = 1 - \underbrace{\frac{\tilde{R} - 1}{1 - \tilde{R}V_{NN}\mathcal{G}}}_{\mathcal{O}(10^{-1})} \underbrace{V_{NN}\mathcal{G}}_{\mathcal{O}(10^{-1})} = 1 + \mathcal{O}(10^{-2}) \quad (3.28)$$

Für relative Kopplungen R von der Größe, wie sie weiter vorne als mit dem Experiment kompatibel gefunden wurden, lassen sich diese in guter Näherung mit den relativen Abschwächungen im intuitiveren OBE-Bild gleichsetzen. Dies erleichtert nicht nur die Interpretation der hier benutzten R_σ und R_ω , sondern macht es überhaupt erst möglich, solche Werte aus anderen Arbeiten zu übernehmen, welche diese z.B. über T-Matrix Rechnungen aus Streudaten ermitteln, ohne daß vorher noch eine aufwendige Dirac-Brueckner Rechnung angestellt werden muß. Weiterhin zeigt diese Betrachtung auch, daß die R_σ und R_ω , wären sie wirklich aus DB-Rechnungen extrahiert, keine besonders starke Dichteabhängigkeit tragen, und somit auch in dichteabhängigen Modellen in erster Näherung als konstant angesehen werden dürfen. Bei der Herleitung von (3.25) wurde allerdings nicht berücksichtigt, daß der Pauli'sche Ausschlußoperator für Nukleonen und der betrachteten Hyperonenart nur in seltenen Fällen, d.h. nur im Fall von Λ Materie, der gleiche ist. Dies birgt eine wesentliche Unsicherheit in dieser Abschätzung.

3.2.1 Festlegung von R_σ und R_ω

Eine konsistente Erweiterung der dichteabhängigen Potentiale, welche in dieser Arbeit für den Nukleonensektor benutzt werden, wäre eine Parametrisierung von Dirac-Brueckner Ergebnissen, welche auf einem auf den Hyperonensektor erweiterten Bonn Potential basieren.

Eine solche Parametrisierung ist im Moment leider noch nicht verfügbar, wohingegen ein erweitertes Bonn Potential existiert [Reu 96, Hai 98]. Diese erweiterte Parametrisierung der Baryon-Baryon Wechselwirkung enthält das gesamte $SU(3)_f$ Baryonen-Oktett (siehe Abb. 1.1). Als Austauschteilchen werden Zwei-Mesonen Korrelationen des pseudoskalaren $SU(3)_f$ Mesonen Oktetts (siehe Abb. 1.3 (a)) untersucht. So wurde das σ - und das ρ -Meson in Form einer Parametrisierung des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs dargestellt. Zur Bestimmung der Kopplungskonstanten werden diese, soweit dies möglich ist, über $SU(3)_{fs}$ -Beziehungen verknüpft und anschließend die verbliebenen freien Parameter über eine T-Matrix Rechnung aus Streudaten $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ extrahiert. Die Verwendung der $SU(3)_f$ wird dabei nur als Rezept zur Reduzierung der freien Parameter verstanden, welches sich bisher als mit den Daten vereinbar erwiesen hat, aber, aufgrund der starken Brechung dieser Symmetrie in der Natur, nicht als fundamentales physikalisches Prinzip betrachtet werden kann. Zur Parametrisierung der beiden Kanäle werden σ und ρ als Austauschteilchen mit scharfen Massen von $m_\sigma=550$ MeV und $m_\rho=770$ MeV benutzt. Dieses Wechselwirkungsmodell liefert eine relative Kopplung

$$R_\sigma = 0.490, \quad (3.29)$$

welche in den Strukturrechnungen für Hyperkerne im Rahmen dieser Arbeit verwendet werden soll. Es muß noch einmal darauf hingewiesen werden, daß dies nicht trivialerweise möglich ist, da die hier extrahierte Größe eigentlich dem \tilde{R} aus (3.20) entspricht, welches aber hier, zumindest als Näherungswert, für R_σ verwendbar ist (siehe hierzu (2.35')–(3.28)).

In [Reu 96, Hai 98] liegt der Schwerpunkt auf der Untersuchung der $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ Korrelationen, so daß leider keine Kopplungen für das ω -Meson angegeben wurden. Darum wird der Wert für R_ω hier als freier Parameter behandelt, der sich aus einem Least-Square-Fit bestimmt, siehe hierzu Abbildung 3.2. Daraus ergibt sich ein Wert von

$$R_\omega = 0.540. \quad (3.30)$$

Dieser liegt sehr nahe bei dem in [Zho 98] verwendeten Wert $R_\omega = 0.512$. Dort werden Hyperkerne in einem nicht dichteunabhängigen RMF-Modell mit dem gleichen R_σ wie hier berechnet. Die Ergebnisse dieser Rechnung sind in Abbildung 4.17 dargestellt. Die gefundenen Werte sind desweiteren auch kompatibel mit den Eingrenzungen der relativen Kopplungen, welche anhand von Modellrechnungen für Neutronensterne gefunden wurden [Hub 98]. Wie schon auf Seite 40 angemerkt, liegen diese beiden Werte aufgrund der experimentellen Spin-Bahn Aufspaltung bereits am oberen Ende des zulässigen Wertebereichs.

Kehrt man in Anbetracht der gewählten Werte noch einmal zurück zum QMC-Bild, in dem eine strikte Gültigkeit der Spin-Flavor $SU(6)$, also insbesondere auch eine Einhaltung von $SU(3)_f$ verlangt ist, so stellt sich die Frage, welcher Natur die Abweichungen der relativen Kopplungen vom $SU(3)_f$ Wert $\frac{2}{3}$ sind. In erster Linie ist aufgrund der Brechung von $SU(3)_f$ natürlich keine allzu gute Übereinstimmung zu erwarten. Andererseits liegen (3.29) und (3.30) aber erheblich niedriger als $\frac{2}{3}$. Das σ läßt sich aufgrund seiner Natur nicht unbedingt in den Symmetrieformalismus einordnen, da es in den verwendeten Modellen für die Wechselwirkung dynamisch generiert wird und dadurch hochgradig nichtlineare Effekte

enthält. Es beinhaltet wahrscheinlich außerdem Effekte, die einem σ_s (siehe Seite 14) zugeschrieben werden müßten. Das ω hingegen ist im $SU(3)_f$ Bild genau einzuordnen, R_ω weicht aber dennoch weit von $\frac{2}{3}$ ab. Ein möglicher Grund hierfür liegt zum einen beim Partner des ω im Strangeness-Bereich, dem ϕ , welches sicherlich Beiträge im ω -Kanal der hier verwendeten Potentiale liefert, da diese das ϕ nicht explizit berücksichtigen. Einen weiteren Beitrag zum effektiven ϕ liefern korrelierte Mesonen Austausch, wie zum Beispiel $\pi\rho$. Hierbei zeichnen sich bereits erhebliche Hürden ab, die bei einer umfangreicheren Erweiterung des Modells, ohne verfügbare experimentelle Daten, zu überwinden sind.

3.3 Zusammenfassung

Das Baryonenspektrum der in Abschnitt 2.3 vorgestellten dichteabhängigen $SU(3)_f$ -Hadronenfeldtheorie wurde auf Nukleonen und Λ s reduziert (Abschnitt 3.1). Unter der Voraussetzung idealer Mischung ist diese für einfach- Λ -Hyperkerne in dem verwendeten Bild sogar ohne das Hinzufügen weiterer Mesonen noch exakt. Die Beschränkung auf Λ -Hyperonen hält die Theorie einerseits überschaubar für weitere Untersuchungen, andererseits sind lediglich für Λ -Hyperkerne ausreichend Daten zur Bestimmung der Kopplungskonstanten vorhanden. Diese Festlegung der Wechselwirkung wurde in Abschnitt 3.2 behandelt. Die Beschränkung auf Λ s hat hier noch den weiteren Vorteil, daß diese weder elektrisch, noch isovektoriell koppeln. Bei der Bestimmung der Kopplung bleiben jedoch Mehrdeutigkeiten vorhanden, die anhand der Hyperkerndaten nicht aufgeklärt werden können. Die letztendlich für diese Arbeit gewählte relative Kopplung R_σ stammt aus einer Erweiterung des bereits für den nicht-strange Bereich verwendeten Bonn Potentials. Leider steht R_ω nicht aus mikroskopischen Betrachtungen zur Verfügung und muß daher als freier Parameter angepaßt werden. Die Dichteabhängigkeit der Λ -Meson Kopplungsfunktionale wurde aufgrund fehlender DB Rechnungen proportional zu der dichteabhängigen Kopplung der Nukleonen gewählt, allerdings mit der Λ -Vektordichte als Argument. Die nukleonischen dichteabhängigen Kopplungen bleiben trotz der nun anwesenden Λ s gegenüber der VDD unverändert. Sowohl die funktionale Abhängigkeit, als auch die Benutzung der R_σ und R_ω sind lediglich als eine erste Näherung anzusehen.

4.

Resultate

Nachdem in den vorangegangenen Kapiteln ein dichteabhängiges Modell zur Beschreibung von Λ -Hyperkernen auf der Basis einer relativistisch kovarianten, thermodynamisch konsistenten, dichteabhängigen $SU(3)_F$ -Hadronenfeldtheorie konstruiert wurde, sollen nun die Eigenschaften von Λ -Hyperkernen im Rahmen dieses Modells untersucht werden. Hierzu werden zuerst der Aufbau und die Einteilchenspektren von Einfach- Λ -Hyperkernen analysiert. Anschließend wird mit Hilfe des Modells eine Extrapolation in den Bereich der Multi- Λ -Hyperkerne durchgeführt und deren Dichtestruktur, Einteilchenspektren und Stabilitätseigenschaften untersucht. Um letzteres noch einen Schritt weiter zu verfolgen wird eine Verallgemeinerung der Bethe-Weizsäcker-Massenformel vorgestellt, anhand derer sich Aussagen über Eigenschaften von Λ -Hypermaterie (idealisierte Materieform, die ausschließlich aus Protonen, Neutronen und Λ -Hyperonen besteht) treffen lassen. Zuletzt werden die Ergebnisse des dichteabhängigen Λ -N-Modells dann mit experimentell bestimmten Einteilchen-Spektren verglichen und anderen Modellrechnungen gegenübergestellt. Abschließend wird eine Zusammenfassung der Arbeit mit einem Ausblick gegeben.

4.1 Einfach- Λ -Hyperkerne

4.1.1 Aufbau

Der Aufbau des Einfach- Λ -Hyperkerns ist für Kernstrukturuntersuchungen von großem Interesse, da sich an diesem die Unterschiede zwischen verschiedenen Kernstrukturmodellen, ohne deren Verwaschung durch Vielteilcheneffekte, festmachen lassen. Das einzelne Λ bewegt sich in dem durch Protonen und Neutronen generierten Potential und gibt daher

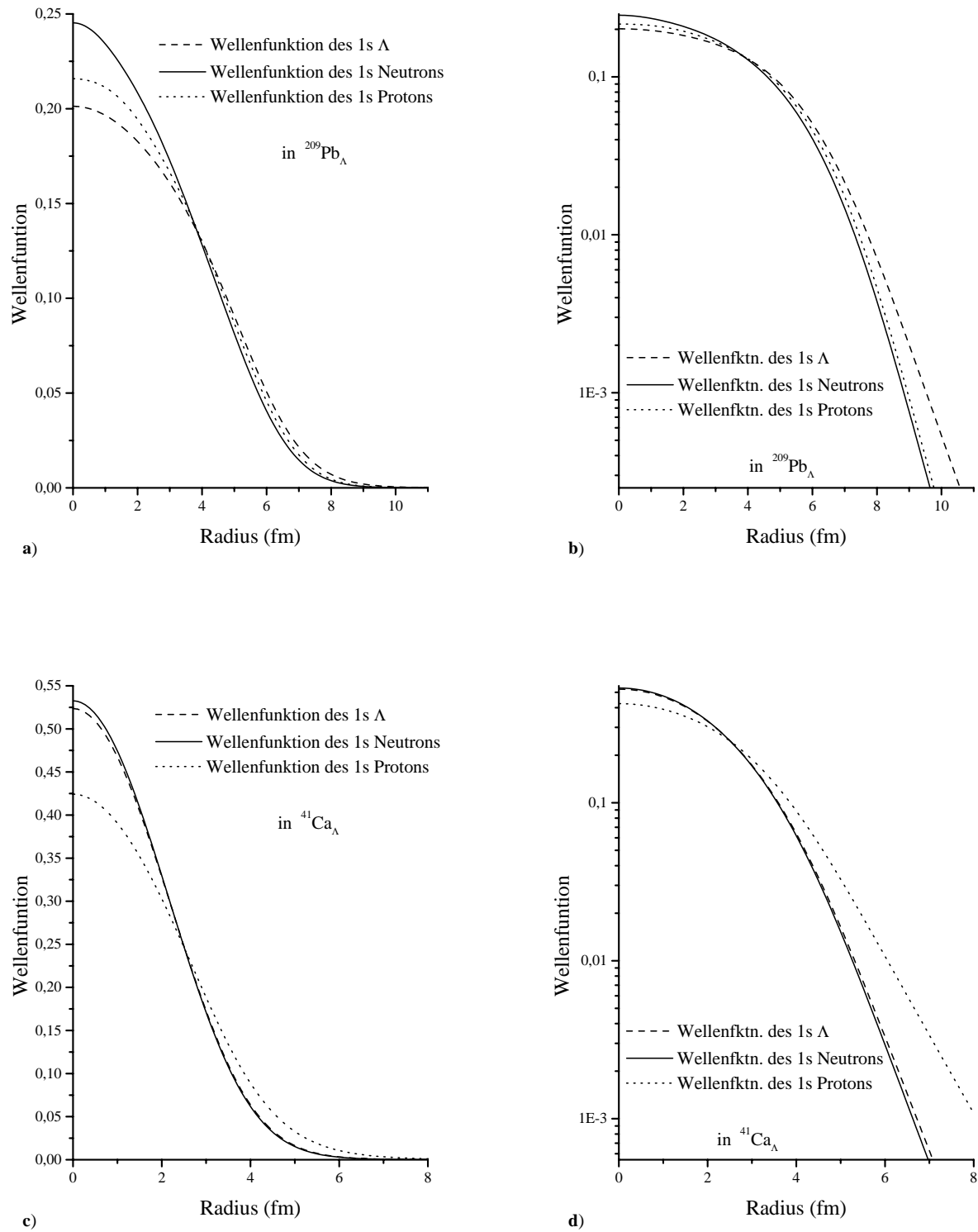


Abbildung 4.1: Vergleichende lineare (links) und halblogarithmische (rechts) Darstellung von 1s Λ , p und n Wellenfunktionen im Kern; a) und b) zeigen dies für den Kern $^{209}\text{Pb}_\Lambda$, c) und d) entsprechend für $^{41}\text{Ca}_\Lambda$

durch sein Einteilchenspektrum direkt Aufschluß über die hadronische Dichteverteilung im Kern, die normalerweise aufgrund des Pauli-Prinzips und der starken Wechselwirkung nicht direkt zugänglich ist. Abbildung 4.1 zeigt die Wellenfunktion eines $1s$ - Λ im Vergleich zu den entsprechenden Protonen- und Neutronen-Wellenfunktionen. In Abbildung 4.1 a), b) ist dies für schwere Kerne am Beispiel von $^{209}\text{Pb}_\Lambda$ dargestellt. Man erkennt, daß die $1s$ Protonen-Wellenfunktion, wegen der Coulomb Abstoßung, in der Mitte des Kerns, verglichen mit der Neutronen-Wellenfunktion, eine geringere Stärke aufweist. Die logarithmische Darstellung in Abbildung 4.1 b) läßt jedoch erkennen, daß diese für größere Abstände vom Kernmittelpunkt nur unerheblich langsamer abfällt, als die Neutronen-Wellenfunktion. Die Coulomb Barriere verhindert ein stärkeres “Verlaufen”. Das Λ hingegen zeigt eine starke Delokalisation, welche den gesamten Kernbereich umfaßt (vergleiche hierzu auch Abbildung 4.20). Dies liegt an der um R_σ und R_ω reduzierten Kopplung an Kernmaterie und der daraus resultierenden schwächeren Bindung. Aufgrund der Größe des Blei-Kerns ist das Zentralpotential sehr breit, so daß die Wellenfunktion, verglichen mit der des Protons und der des Neutrons, einen weit herausragenden Schwanz entwickeln kann, der allerdings im wesentlichen innerhalb der Kern-Dichteverteilung liegt. Im Falle von $^{41}\text{Ca}_\Lambda$, das stellvertretend für mittelschwere bis leichte Kerne in Abb. 4.1 c) und d) dargestellt ist, sieht es etwas anders aus. Potential und Wellenfunktion folgen natürlicherweise der Kerndichteverteilung. Daher erzwingt die geringe Ausdehnung des Kerns eine starke Lokalisation der Λ -Wellenfunktion. Trotz der schwächeren Bindung in Kernmaterie verhält sich die Wellenfunktion des Hyperons nur unwesentlich anders, als die des Neutrons. Hingegen ist der Effekt der Coulomb Kraft in dem kleinen System so stark relativ zur Größe des Coulomb-Walls, daß die Protonen-Wellenfunktion merklich verbreitert, sowie im Zentrum des Kerns stark unterdrückt ist, verglichen mit den beiden anderen Wellenfunktionen. Die durch das Λ generierte zusätzliche Attraktion beeinflusst die Gestalt des Rumpfkernes aufgrund der geringen Λ -N-Wechselwirkungsstärke im meßbaren Bereich nicht.

Die Schwäche der Wechselwirkung des Λ s mit Protonen und Neutronen führt generell dazu, daß sich dessen Wellenfunktion im Inneren der Kerne vergleichsweise weit ausbreitet, ohne dabei den Restkern wesentlich zu stören. Dies erhöht die Qualität der Λ -Hyperons als hadronische Sonde nochmals, da es, außer der Fähigkeit, tiefgebundene Einteilchenzustände zugänglich zu machen, auch auf einen großen radialen Bereich der nukleonischen Dichteverteilung sensitiv ist. Daneben ist die große Ausdehnung der Λ -Wellenfunktion wohl auch einer der Umstände, die zur geringen Lebensdauer der Λ -Hyperkerne führen. Diese liegt (siehe Kapitel 1) in der gleichen Größenordnung, wie die freier Λ s, bei 10^{-10}s (Tabelle 1.1). Beim Zerfall des Λ entsteht ein Proton oder ein Neutron, so daß, wenn dieses Ereignis im Kern stattfinden soll, die Λ -Wellenfunktion einen Überlapp mit nicht durch das Pauli-Prinzip blockierten Protonen- bzw. Neutronen Orbitalen besitzen muß. Dies können durchaus auch ungebundene Zustände sein, sofern die Energieerhaltung einen solchen Zerfall zuläßt. Betrachtet man nun die Lebensdauer eines Hyperkerns im Vergleich zu der eines freien Λ , so stellt man fest, daß der angesprochene Überlapp des Λ mit seinem Ausgangskanal hinreichend groß sein muß, wenn diese annähernd gleich groß sein sollen. Hierfür liefern die relativ weit ausgedehnten Λ -Wellenfunktionen eine zumindest notwen-

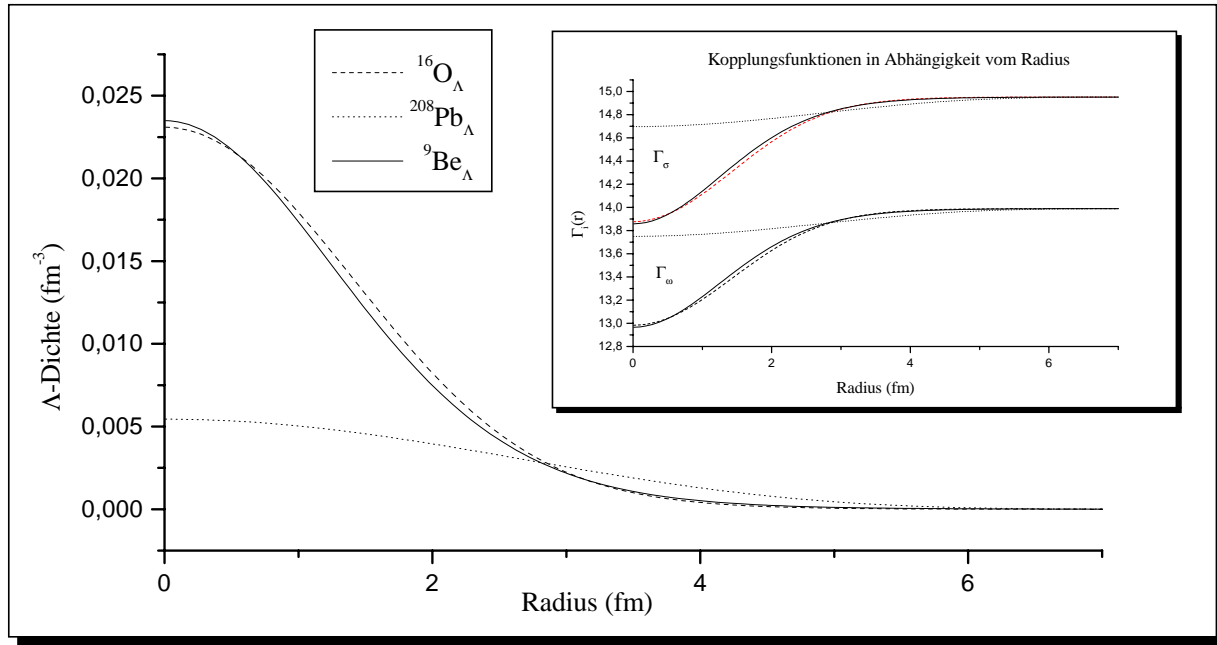


Abbildung 4.2: Die große Abbildung zeigt im Vergleich die vektoriellen Dichten eines Λ in Sauerstoff, Blei und Beryllium. Die starke Lokalisation des einzelnen Λ in kleinen Kernen führt dazu, daß sich seine eigene Kopplungsstärke an den Rumpfkern (kleines Bild) dramatisch abschwächt.

dige Voraussetzung.

Die Strukturrechnungen für Λ -Hyperkerne werden hier in einem dichteabhängigen Modell durchgeführt. Dies wirkt sich, wie bereits weiter vorne besprochen, durch Polarisations-effekte in Form von Rearrangement-Selbstenergien und durch die explizite Abhängigkeit der Kopplungsstärken von der Λ -Baryondichte auf die Dynamik des Λ im Kern aus. Für Einfach- Λ -Hyperkerne spielt das Λ -Rearrangement aufgrund der geringen absoluten Λ -Baryondichten keine große Rolle, da die Rearrangement-Selbstenergien mit den jeweiligen skalaren und vektoriellen Baryondichten gewichtet sind. Die Abhängigkeit der Kopplung von der Dichte zeigt jedoch einen relativ großen Effekt. In Abbildung 4.2 sind die Λ -Vektordichten und die Λ - σ -, sowie die Λ - ω -Kopplungsfunktionen in Abhängigkeit vom Radius für die Kerne $^9\text{Be}_\Lambda$, $^{16}\text{O}_\Lambda$ und $^{208}\text{Pb}_\Lambda$ dargestellt. Für die leichten Kerne erkennt man, daß die Stärke der Kopplung über den Kernbereich dramatisch variiert, während sie für schwere Kerne annähernd konstant ist. Im zentralen Bereich besitzen die leichten Kerne eine erheblich geringere absolute Stärke der Kopplung, verglichen mit der in großen Kernen (hier am Beispiel von $^{208}\text{Pb}_\Lambda$ illustriert). Der Effekt wird durch die Unterschiedliche Gestalt der $1s$ - Λ -Wellenfunktionen hervorgerufen (siehe großes Bild Abbildung 4.2), deren Ursache in den Abmessungen der einzelnen Kerne liegt, wie weiter oben besprochen. Die dichteabhängigen Kopplungsfunktionen stellen für den Bereich solch geringer Dichten eine Extrapolation der mikroskopischen Dirac-Brueckner-Rechnungen dar. Daher tritt an dieser Stelle eine Unsicherheit auf, weil die Stärke des dargestellten Effekts von der verwendeten Parametrisierung der Dirac-Brueckner-Rechnungen abhängt. Die hier verwendete Parame-

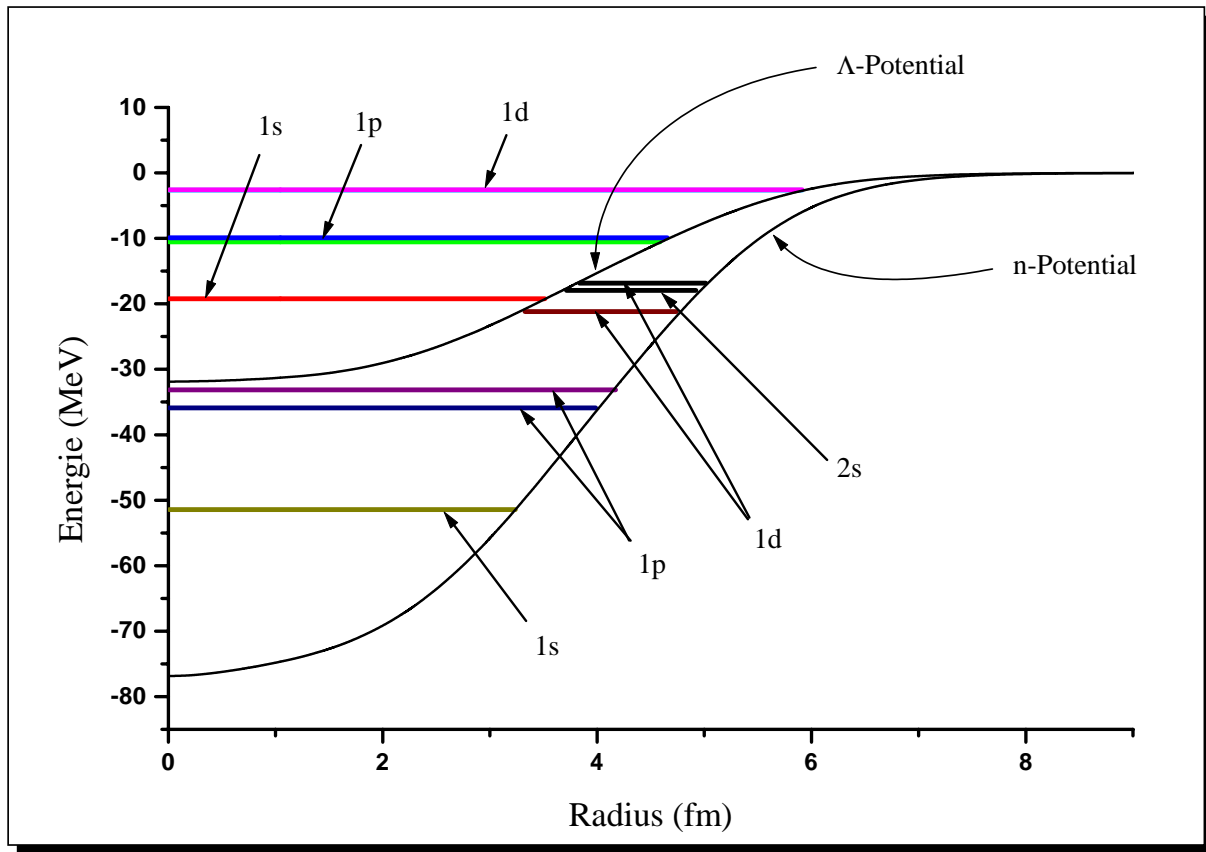


Abbildung 4.3: Einteilchenspektren der Neutronen und der Λ s des Hyperkerns $^{41}\text{Ca}_\Lambda$ in den zugehörigen Zentralpotentialen. Man erkennt deutlich die erheblich kleinere Spin-Bahn Aufspaltung der Λ s verglichen mit der der Neutronen

trisierung der Dichteabhängigkeit (siehe Anhang A2) überschätzt diesen Effekt wohl und lässt daher eine zu schwache Bindung des Λ in leichten Kernen erwarten.

4.1.2 Einteilchenspektren

Die Einteilchenspektren von Einfach- Λ -Hyperkernen stellen den sauberen Fingerabdruck dieses Kerns dar. In guter Näherung kann sich das Λ in dem durch die Nukleonen generierten Potential ungestört von Vielteilchen-Effekten bewegen. Einteilchenspektren geben durch die Grobstruktur Auskunft über das Zentral-Potential, das genau der Dichteverteilung der Nukleonen folgt. Über die Feinstruktur, wie etwa die Spin-Bahn-Aufspaltung, ergeben sich weitere Informationen über andere Korrelationen der Baryon-Baryon-Wechselwirkung. Das Λ -Einteilchenspektrum unterscheidet sich in zwei Hauptpunkten signifikant von dem des Neutrons (dieses eignet sich zum Vergleich, da es, wie das Λ selber ein elektrisch neutrales Baryon ist), vergleiche hierzu Abbildung 4.3:

- ① Die Tiefe des Λ -Zentralpotentials beträgt nur etwa -30 MeV, verglichen mit -80 MeV beim Neutron

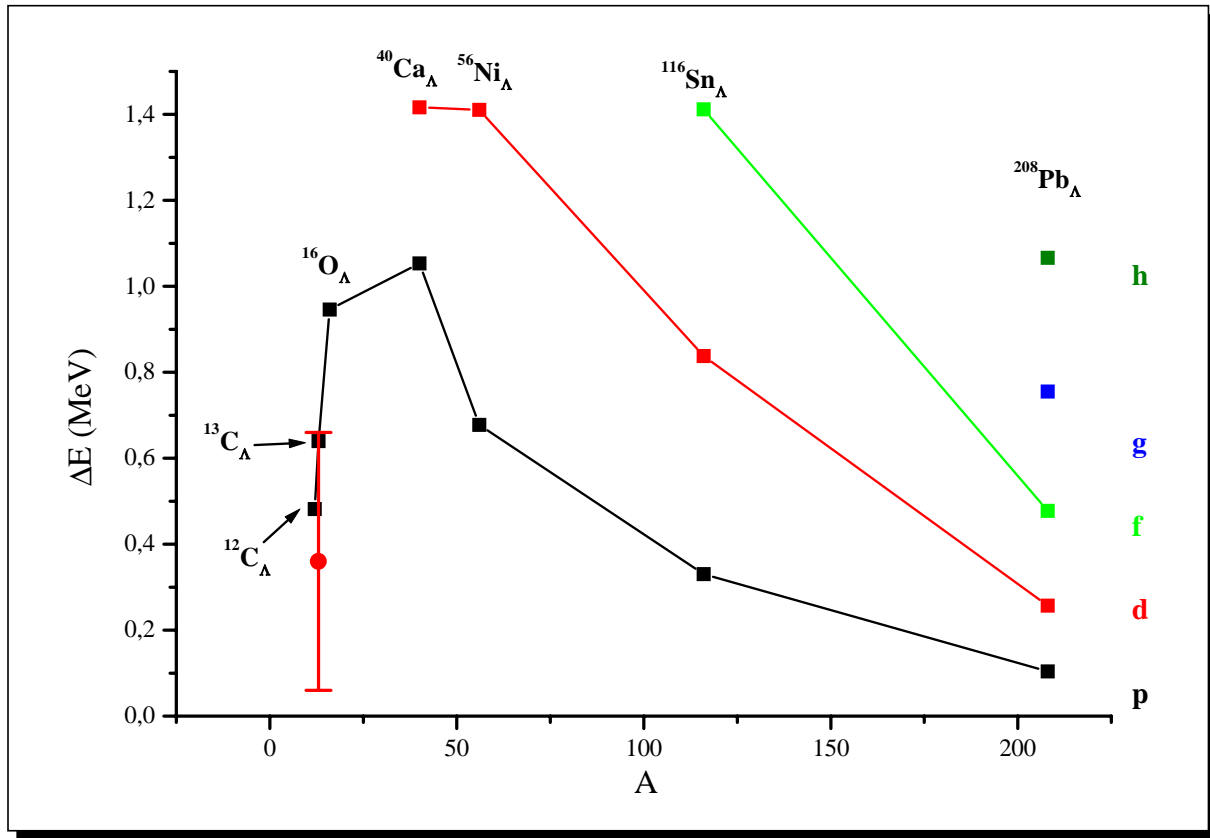


Abbildung 4.4: Die aus dem VDD Modell berechnete Spin-Bahn Aufspaltung ist konsistent mit dem Datenpunkt für die Aufspaltung des 1p Lambda Orbitals in ^{13}C [Mil 85]. Weiterhin sind noch die Spin-Bahn Aufspaltungen der Kerne $^{12}\text{C}_\Lambda$, $^{16}\text{O}_\Lambda$, $^{40}\text{Ca}_\Lambda$, $^{56}\text{Ni}_\Lambda$, $^{116}\text{Sn}_\Lambda$ und $^{208}\text{Pb}_\Lambda$ gezeigt, die alle im Bereich unterhalb eines MeV liegen

② Die Spin-Bahn-Aufspaltung des Λ ist wesentlich kleiner als die des Neutrons

Beide Punkte lassen sich, wie bereits bei der Festlegung der Λ -N-Kopplung in Abschnitt 3.2 diskutiert, auf die nur etwa halb so große Kopplungsstärke der Λ s an die Mesonen, verglichen mit der der Nukleonen, zurückführen. Die im dichteabhängigen Λ -N-Modell berechneten Einteilchenenergien sind in Abbildung 4.16 dargestellt.

Wie in Abbildung 4.4 zu sehen ist, nimmt die Spin-Bahn-Aufspaltung der einzelnen Orbitale mit zunehmender Kerngröße deutlich ab. Das ist zu erwarten, da diese in unendlicher Materie ganz verschwinden muß. Die kleiner werdende Aufspaltung zu geringeren Massenzahlen hin wird dadurch verursacht, daß die betrachteten Orbitale ins Kontinuum übergehen. Die zu großen Kernen hin sinkende Spin-Bahn-Aufspaltung äußert sich in der theoretischen Beschreibung durch die abnehmende Spin-Bahn-Potentialtiefe, siehe Abbildung 4.5. Es ist auch deutlich die wesentlich geringere Potentialtiefe des Λ verglichen mit der des Neutrons zu sehen. Weiterhin läßt sich dort auch erkennen, daß die Gesamtstärke des Spin-Bahn-Potentials für schwerere Kerne bei immer größeren Radien sitzt. Daher sind die Orbitale niedriger Drehimpulse, aufgrund des größeren Überlapps mit dem Spin-Bahn-Potential, in kleinen Kernen erheblich sensibler auf diesen Effekt, als dies in großen

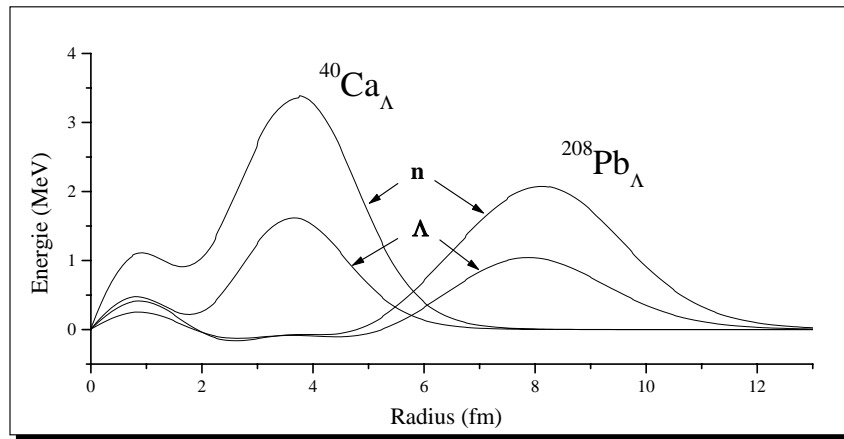


Abbildung 4.5: Vergleich des Spin-Bahn Potentials eines Λ -Hyperons mit dem eines Neutrons in ^{40}Ca und ^{208}Pb

der Fall ist. Dieser Punkt ist von großer Bedeutung bei der Auswahl von Nukliden zur experimentellen Untersuchung der Spin-Bahn-Aufspaltung in Λ -Hyperkernen.

4.2 Multi- Λ -Hyperkerne

Der nächste zu diskutierende Punkt ist die Extrapolation zu Mehrfach- Λ -Hyperkernen. Da es für $|S| = 2$ keine verlässlichen und für $|S| > 2$ überhaupt keine experimentellen Daten mehr gibt, ist dies eine reine Extrapolation, die das Verhalten solcher Multi-Strange-Objekte in diesem Modell studiert. Aufgrund des auf Nicht-Strange-Mesonen beschränkten Austauschteilchenspektrums ist die Λ - Λ -Wechselwirkung allerdings nur näherungsweise behandelt. Da es aber aus Gründen der $\text{SU}(3)_f$ zu erwarten ist, daß Λ s nur mit einer um den Faktor $\frac{1}{3}$ abgeschwächten Stärke an die Mesonen σ_s und ϕ koppeln, liefert dies lediglich einen 10%-Effekt in der Wechselwirkung. Um das qualitative Verhalten von Mehrfach- Λ -Hyperkernen in diesem dichteabhängigen Modell zu studieren, ist die hier gewählte Wechselwirkung durchaus hinreichend. Das bedeutet, daß sowohl Gestalt der Λ -Hyperkerne, also die Dichteverteilungen, als auch deren Bindungseigenschaften und Stabilitätsgrenzen nur einen kleinen relativen Fehler aufweisen werden gegenüber vollständigen Rechnungen mit Strange-Mesonen. In diesem Sinne ist die Extrapolation zu Multi- Λ -Hyperkernen als explorative Vorhersage zu sehen. Zur Diskussion der Effekte von großen Anzahlen an Λ s in Kernen werden die Veränderungen in Einteilchenspektren und den Dichteverteilungen untersucht. Zur Systematisierung der Bindungseigenschaften von Multi- Λ -Hyperkernen und zum Studium von Λ -Hypermaterie wird in 4.2.1 eine erweiterte Bethe-Weizsäcker-Massenformel vorgestellt und an das Modell angepaßt.

Betrachtet man ein einzelnes Λ im Kern (siehe Abschnitt 4.1.1), so ist eine weit weniger lokalisierte Wellenfunktion für das Λ , verglichen mit Proton und Neutron, zu beobachten. Diese Tendenz setzt sich beim Hinzufügen weiterer Λ s in einen Rumpfkern fort. Abbildung 4.6 zeigt dies für den Rumpfkern ^{48}Ca bis zur Λ -Dripline (Stabilitätsgrenze

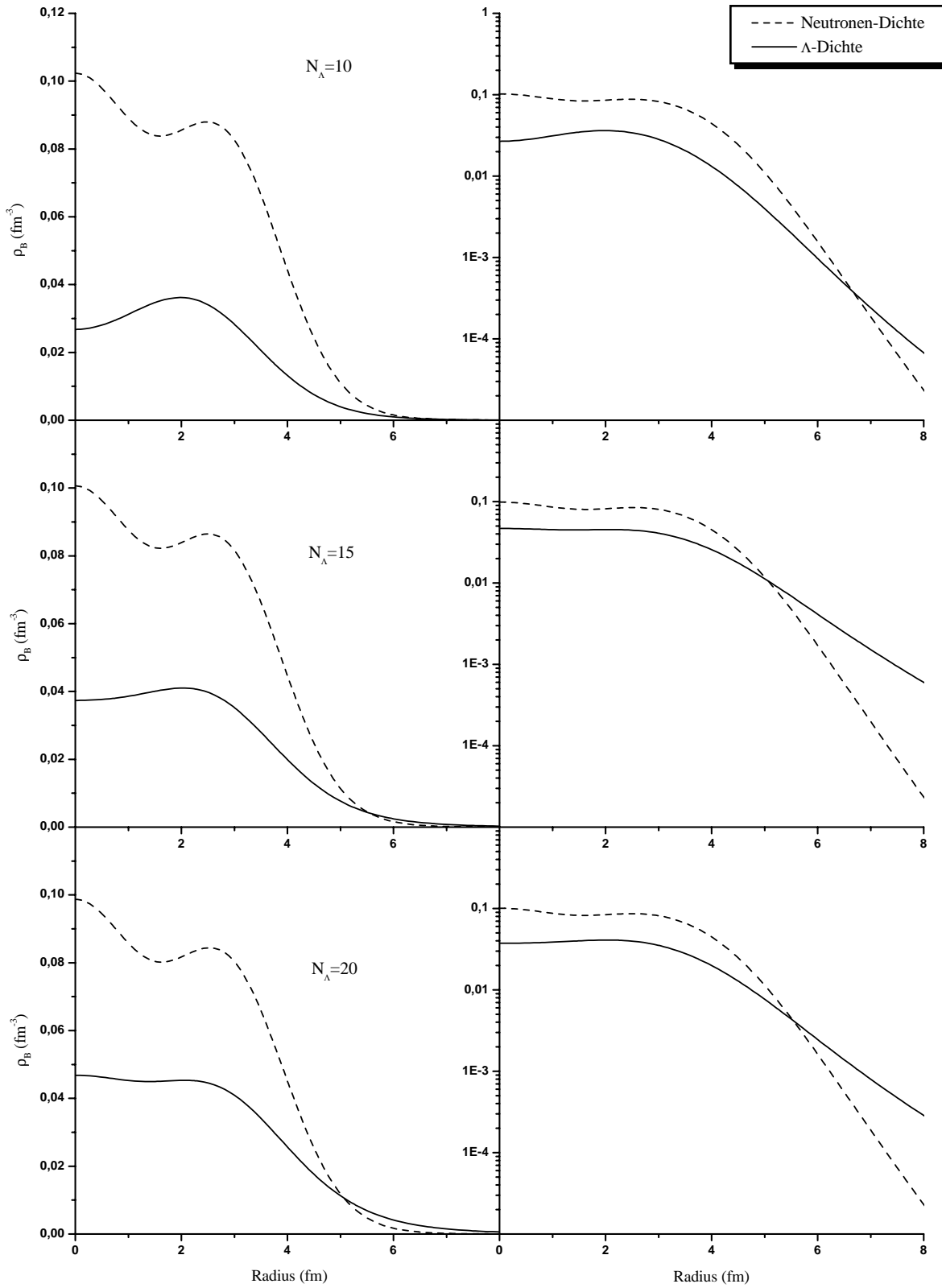


Abbildung 4.6: Diese Abbildung zeigt für den Kern ^{48}Ca die Entwicklung der Neutronen- und der Λ -Dichte bei steigender Anzahl hinzugefügter Λ s bis zur Stabilitätsgrenze gegen Λ -Emission bei $N_\Lambda=20$

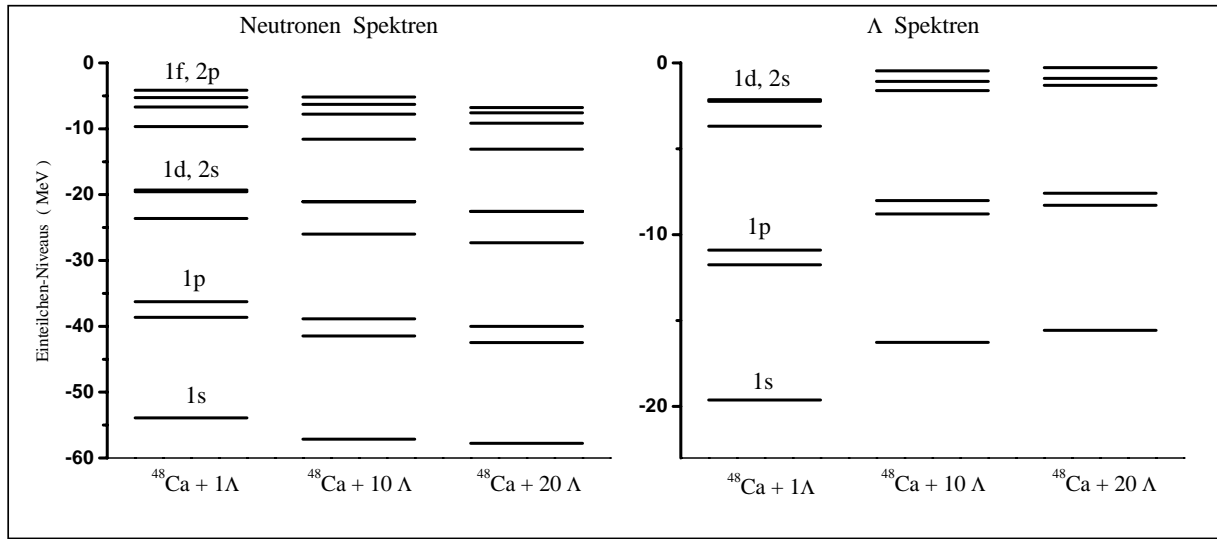


Abbildung 4.7: Veränderung der Neutronen- und Λ -Einteilchenspektren in ^{48}Ca für eine wachsende Anzahl hinzugefügter Λ s

gegen Λ -Emission) bei $N_\Lambda=20$. Bereits bei $N_\Lambda=10$ zeigt sich in der logarithmischen Darstellung deutlich, daß die Λ -Dichteverteilung über den ursprünglichen Kern hinausragt. Dies verstärkt sich noch drastisch bis zur Stabilitätsgrenze. Die Neutronen hingegen zeigen fast keine Veränderung. Der einzige Effekt bei den Neutronen ist eine leichte Verminderung der Dichte in der zentralen Region, die in den mittleren Randbereich verlagert wird. Hierin offenbart sich die große Steifigkeit von Kernmaterie. Weiterhin zeigt dieses Verhalten auch eine starke Entkopplung der nukleonischen- und der Λ -Freiheitsgrade, die sich lediglich durch die relativ schwache Λ -Nukleon-Wechselwirkung beeinflussen. Diese schwache Kopplung ist die Ursache für die große Ausdehnung der Λ -Dichteverteilung, verglichen mit dem Restkern, und auch für die bei $N_\Lambda=20$ auftretende Instabilität (siehe hierzu auch Abbildung 4.11).

Dieses Verhalten spiegelt sich auch in den Einteilchenspektren der Λ s und der Neutronen (Abbildung 4.7) wieder. Die Neutronen-Bindungsenergien nehmen mit wachsender Λ -Anzahl zu, da sich das Zentralpotential durch die Anwesenheit der Λ s verstärkt. Hingegen zeigen die Λ s immer schwächer gebundene Einteilchenniveaus. Aufgrund der geringeren Tiefe des Zentralpotentials der Λ s macht sich für diese die Aufweichung des Randbereichs hauptsächlich bemerkbar. Dies führt zum einen zu der größeren Breite der Λ -Dichte (welche rückwirkend auch wieder für eine weitere Aufweichung des Randes sorgt), und zum anderen zu der Abschwächung der Einteilchen-Bindungsenergien. Das setzt sich solange fort, bis das Λ -Valenzorbital ins Kontinuum wandert oder die neue Valenzschale infolge eines Schalenabschlusses bereits im Kontinuum liegt. Dies hat zur Folge, daß der Kern instabil wird. Im Falle von $^{48}\text{Ca} + N_\Lambda$ ist zu erkennen (Abbildung 4.7), daß sich auch die innere Struktur der Valenzschale (1d, 2s) stark verändert. Das $1d_{3/2}$ -Orbital ist bei $N_\Lambda = 10$ bereits ins Kontinuum übergegangen, so daß das 11. Λ ungebunden ist.

Betreibt man diese Untersuchungen nun systematisch, so ergibt sich eine Erweiterung

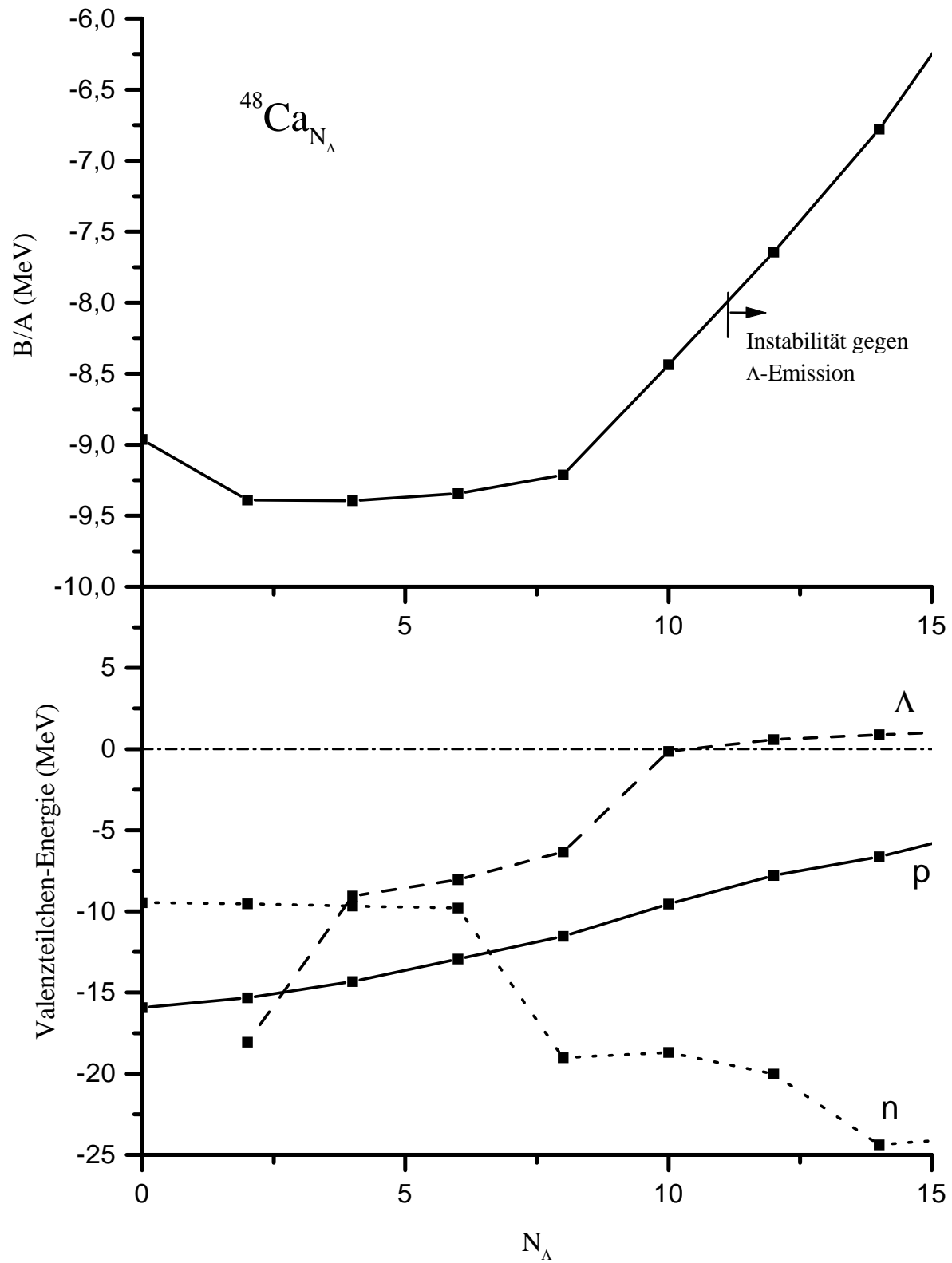


Abbildung 4.8: Oben: Bindungsenergie pro Nukleon für einen ^{48}Ca Basiskern, in dem sukzessive Neutronen durch Λ s ersetzt werden. Unten: Entwicklung der Einteilchenenergien der Valenzbaryonen bei diesem Prozeß.

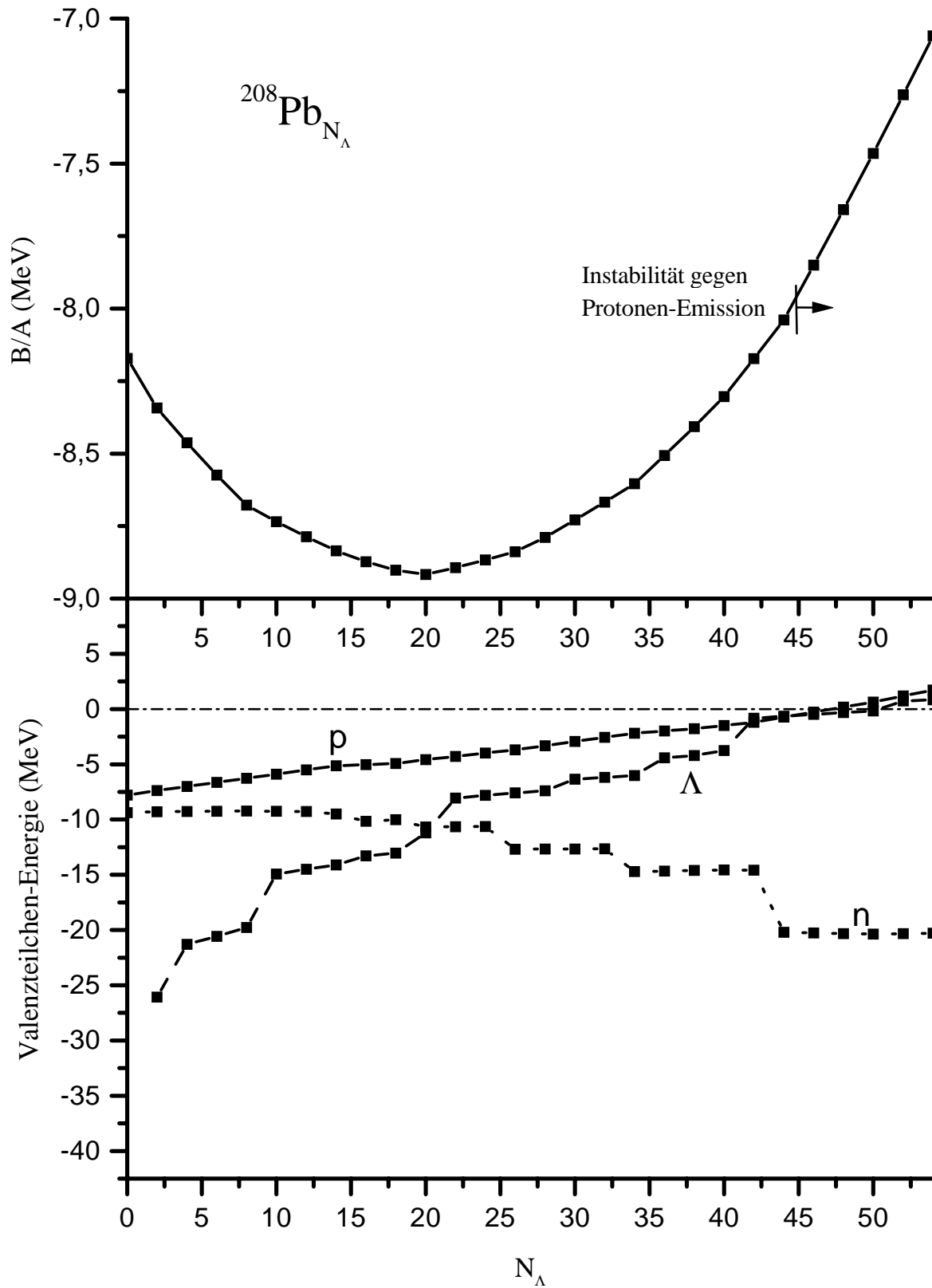


Abbildung 4.9: Oben: Bindungsenergie pro Nukleon für einen ^{208}Pb Basiskern, in dem sukzessive Neutronen durch Λ s ersetzt werden. Unten: Entwicklung der Einteilchenenergien der Valenzbaryonen bei diesem Prozeß.

der Nuklidkarte in den Bereich der Strangeness. Wird die schwache Wechselwirkung, welche zum Zerfall des Λ führt, vernachlässigt, verschiebt sich das Tal der Stabilität in den Strange-Sektor. Zuerst soll nun die Ersetzung von Neutronen stabiler Kerne durch Λ untersucht werden. Dies ist schematisch in Abbildung 4.10 dargestellt. Bei diesem Prozeß wird ein schwach gebundenes Neutron aus der Valenzschale durch ein tiefgebundenes Λ ersetzt. Man erhält so eine Hyperisobarenisotopenkette, also Hyperkerne mit gleicher Massen- und Ladungszahl. In den Abbildungen 4.8 und 4.9 ist dieser Prozeß für ^{48}Ca und ^{208}Pb dargestellt. Diese Abbildungen zeigen oben das Verhalten der Bindungsenergie pro Nukleon in Abhängigkeit von der Anzahl der durch Λ ersetztten Neutronen. Die parabolische Gestalt der Bindungsenergie-Kurve erinnert stark an die rein nukleonischer Kerne, wenn sie gegen den Isospin aufgetragen wird. Die hier gezeigte Auftragung gegen die Anzahl der Λ ist effektiv eine Auftragung gegen die Hyperladung. Das Minimum entsteht, da zuerst schwach gebundene Neutronen durch stärker gebundene Λ ersetzt werden, was zu einer Abnahme von B/A mit Λ führt. Die Einteilchen-Energien der hinzugefügten Λ werden dann ab dem Minimum betragsmäßig kleiner als die der ersetztten Neutronen. Daher steigt B/A dann wieder mit Λ an. Die Minima liegen darum genau beim Schnittpunkt der Neutronen- mit den Λ -Valenzenergien in der Darstellung unterhalb der B/A -Kurve. Besonders beim Calcium fällt ein stückweise fast lineares Verhalten der B/A -Kurve auf. Hierin äußern sich die Schaleffekte der Kernstruktur, welche in diesen niedrigen Drehimpulsorbitalen viel stärker ausgeprägt sind als

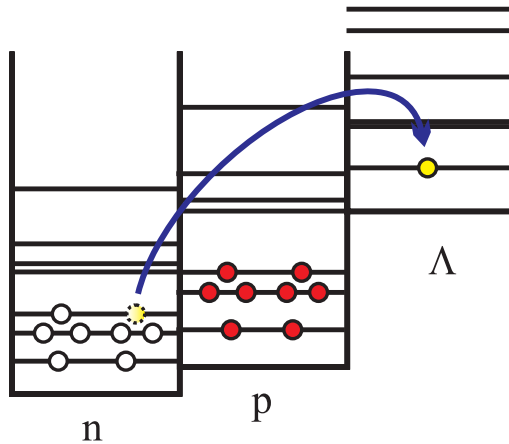


Abbildung 4.10: Schematische Darstellung zur Hyperisobarenisotopenkette. Hierbei wird jeweils ein Neutron durch ein Λ ersetzt. Dabei bleiben Massenzahl und Kernladungszahl konstant.

in den hohen, wie sie im Blei (vergleiche hierzu die Valenzteilchen-Energien) vorkommen. Ein signifikanter Unterschied zwischen den beiden Hyperisobarenisotopenketten zeigt sich in der Instabilität gegen Teilchenemission. Im Fall von $^{48}\text{Ca}_\Lambda$ bricht die Reihe bei $N_\Lambda=10$ ab, da mit dem nächsten hinzugefügten Λ die Füllung des $1d_{5/2}$ -Orbitals beginnt, welches bereits im Kontinuum liegt. Bei $^{208}\text{Pb}_\Lambda$ ist der Grund für die Instabilität etwas subtiler. Dort bricht die Hyperisobarenisotopenkette ab, da das Protonen-Valenzorbital $1g_{11/2}$ ins Kontinuum wandert. Dies ge-

schieht aufgrund der starken Coulomb Abstoßung im Blei, welche im nukleonischen Blei durch die Anwesenheit der stark an die Protonen koppelnden Neutronen kompensiert wird. Werden nun die Neutronen nach und nach durch die schwächer an Nukleonen koppelnden Λ s ausgetauscht, so nimmt die Potentialtiefe für die Protonen immer weiter ab, bis sie letztlich durch die Coulomb-Kraft aus dem Kern gedrückt werden. Diese Ursache für Instabilität gegen Protonen-Emission in Multi- Λ -Hyperkernen tritt bei großen Massenzahlen

auf, da die Relevanz der Neutronen als bindendes “Füllmaterial” des Kerns mit wachsender Massenzahl stark zunimmt. Diese zunehmende Wichtigkeit wird durch die verschiedenen Reichweiten von starker Wechselwirkung und Coulomb-Kraft hervorgerufen. Während die starke Wechselwirkung von endlicher Reichweite ist, und sich somit (bildlich gesprochen) nur nächste Nachbarn anziehen, ist die Coulomb-Wechselwirkung von unendlicher Reichweite und besitzt kein Sättigungsverhalten.

Als nächstes soll das B/A -Verhalten beim Hinzufügen von Λ s zu stabilen Kernen untersucht werden. Dies führt zu den Hyperisotopenketten, also Hyperkernen gleicher Ladungszahl (siehe Abbildung 4.13). Die B/A -Kurven und zugehörigen Valenzteilchen-Energien für $^{48+N_\Lambda}\text{Ca}$ und $^{208+N_\Lambda}\text{Pb}$ sind in den Abbildungen 4.11 und 4.12 dargestellt. Diese Kurven zeigen ein ähnliches Verhalten wie die der Hyperisobarenisotopen, allerdings sind sie rechts des Minimums nahezu linear. In dem nun betrachteten Fall wird durch ein Hinzufügen von Λ s so lange Energie gewonnen, wie die Einteilchenenergie des hinzugefügten Λ betragsmäßig größer ist als B/A . Dieses Minimum fällt auch hier wieder mit dem Überschreiten der größten nukleonischen Fermi-Energie durch die der Λ s. Dies ist im Fermi-Gas-Bild zu verstehen.

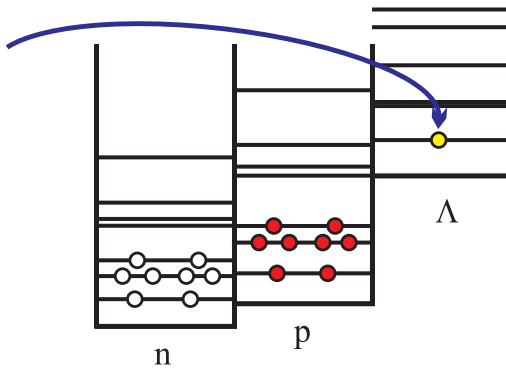


Abbildung 4.13: Schematische Darstellung zur Hyperisotopenkette. Hierbei wird jeweils ein Λ zum Rumpfkern hinzugefügt. Dabei bleibt die Kernladungszahl, also das Element, unverändert.

Darin erhält man eine Asymmetrie-Energie, die ein System aus verschiedenen Fermionen zu gleichen Fermi-Energien drängt (siehe hierzu auch Anhang A3). Der fast lineare Anstieg oberhalb des Minimums entsteht aufgrund der relativ hohen Zustandsdichte am Übergang der Λ s ins Kontinuum und einer Einteilchen-Energie nahe Null. Dadurch nimmt B/A fast genau $\propto \Lambda$ ab.

Zum Abschluß der Diskussion soll nun noch ein weiterer Schnitt durch die Hypernuklidkarte betrachtet werden. Ausgehend vom Kern ^{208}Pb werden nun sukzessive Protonen durch Λ s ersetzt. Dies liefert einen Querschnitt aller Hyperkerne gerader Protonenzahl zwischen Blei und Germanium. Abbildung 4.14 zeigt hierzu die B/A -Kurve und die Fermi-Energien der einzelnen Baryonensorten. Das Verhalten erklärt sich analog dem der ^{48}Ca Isobarenisotopenkette, mit dem Unterschied, daß hier nun Protonen durch Λ s ersetzt werden. Die Einteilchen-Energien der Valenz-Neutronen sind für große Werte von N_Λ aufgrund der großen Isospinasymmetrie bereits sehr nahe am Kontinuum zu finden. Ohne die stabilisierende Wirkung der Λ s würde erheblich eher eine Instabilität gegen Neutronenemission auftreten.

Kerne mit solch großen Anzahlen von Λ -Hyperonen werden wohl immer rein hypothetische Objekte bleiben. Sie können aber dazu benutzt werden, um Materie unter extremen

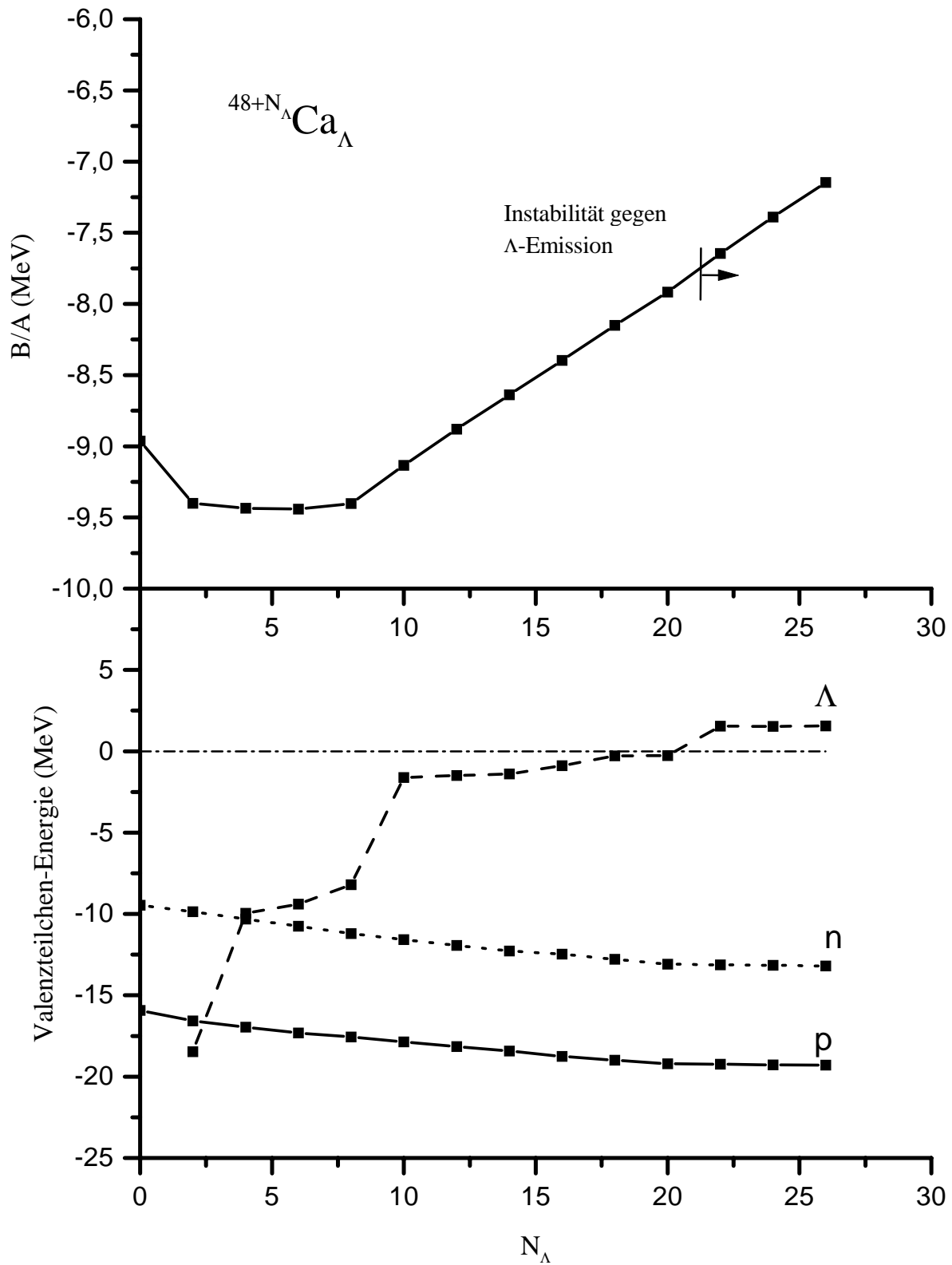


Abbildung 4.11: Oben: Bindungsenergie pro Nukleon für einen ^{48}Ca Rumpfkern, zu dem sukzessive Λ s hinzugefügt werden. Unten: Entwicklung der Einteilchenenergien der Valenzbaryonen bei diesem Prozeß.

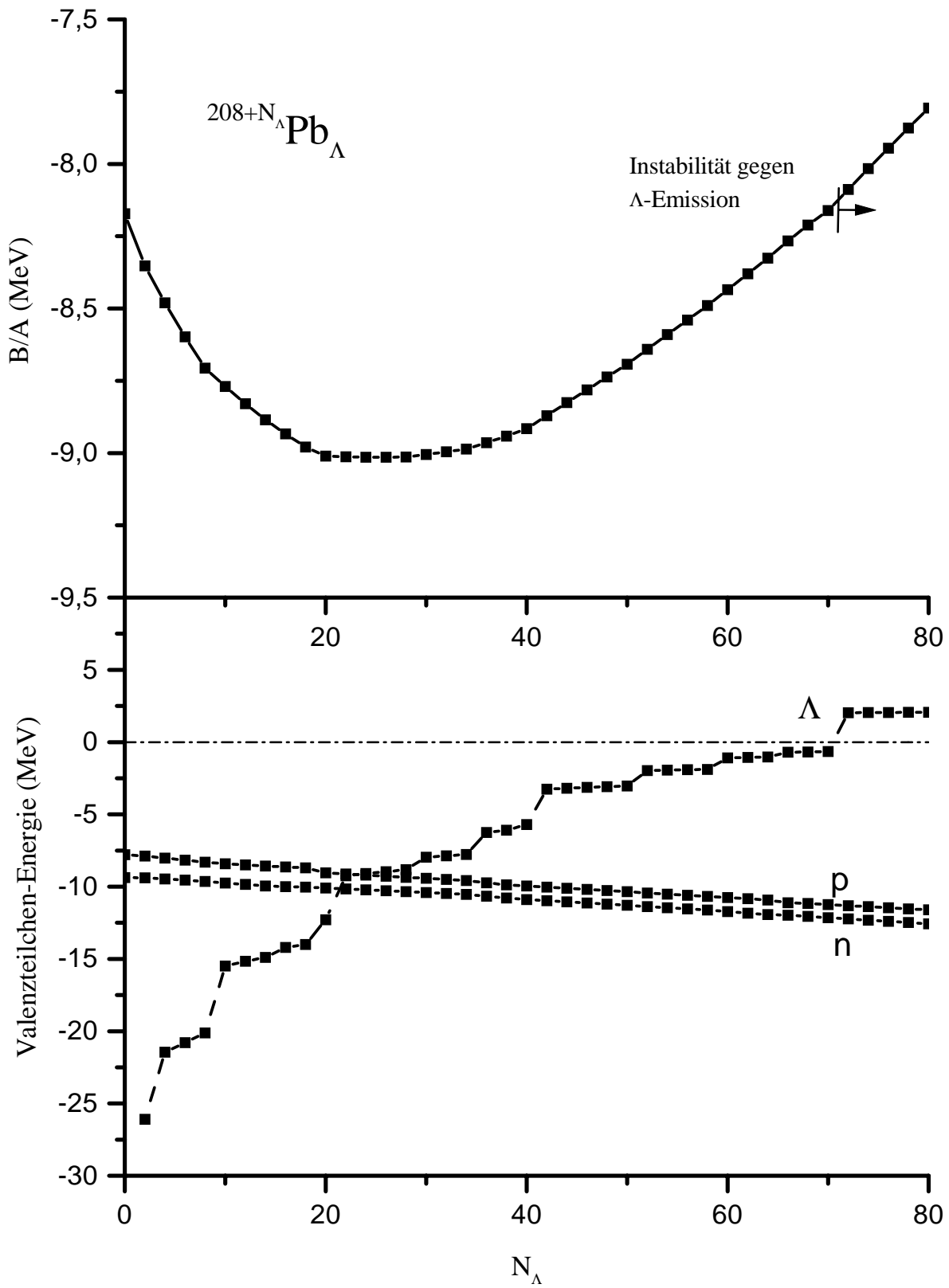


Abbildung 4.12: Oben: Bindungsenergie pro Nukleon für einen ^{208}Pb Rumpfkern, zu dem sukzessive Λ s hinzugefügt werden. Unten: Entwicklung der Einteilchenenergien der Valenzbaryonen bei diesem Prozeß.

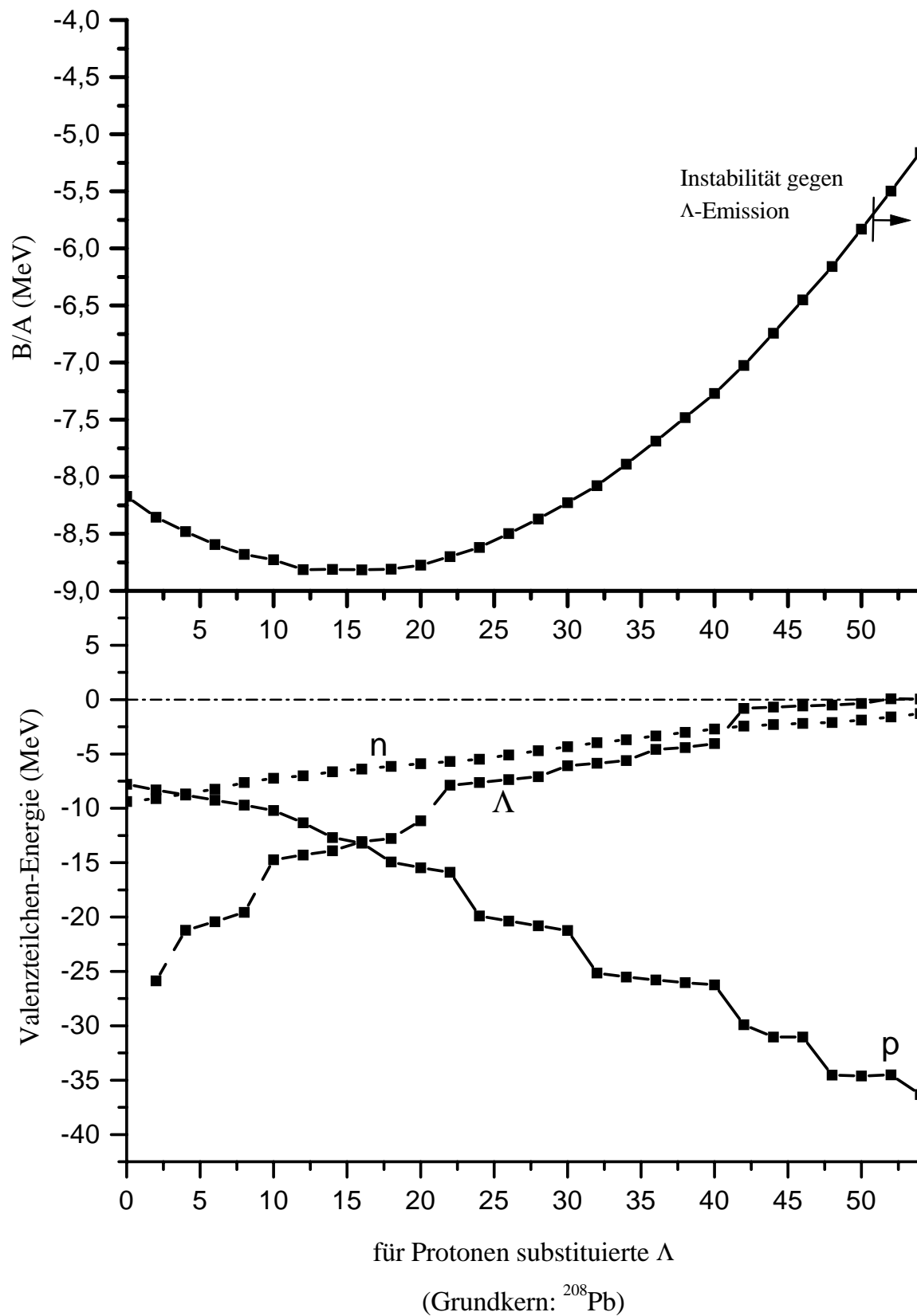


Abbildung 4.14: Oben: Bindungsenergie pro Nukleon für einen ^{208}Pb Basiskern, in dem sukzessive Protonen durch Λ s ersetzt werden. Unten: Entwicklung der Einteilchenenergien der Valenzbaryonen bei diesem Prozeß.

Bedingungen theoretisch zu untersuchen und um daraus dann zum Beispiel vergleichende Vorhersagen für astrophysikalische Prozesse abzuleiten. Bei den hier vorgestellten Ergebnissen ist zu beachten, daß die gerechneten Hyperkerne ab einer bestimmten Anzahl Λ s instabil werden gegen den starken Zerfall

$$\Lambda\Lambda + 26\text{MeV} \leftrightarrow \Xi N. \quad (4.1)$$

Dieser Zerfall wird dann möglich, wenn für das Ξ und das Nukleon N Einteilchenniveaus existieren, so daß diese in der Summe um mindestens 26 MeV stärker gebunden sind als die beiden konvertierenden Λ s zusammen. Die Bestimmung dieses Punktes ist höchstens grob zu schätzen, da bisher keinerlei experimentelle Informationen über die Ξ -Nukleon-Wechselwirkung existieren (abgesehen von drei Objekten, die möglicherweise Ξ -Hyperkerne darstellen [Dov 83]). Zukünftige spektroskopische Experimente an Hyperkernen werden hierfür aufschlußreiche Daten liefern.

4.2.1 Eine erweiterte Bethe-Weizsäcker Massenformel

Wie bereits weiter oben bemerkt wurde, zeigt das Verhältnis B/A in Abhängigkeit von der Nukleon- Λ -Asymmetrie ein parabolisches Verhalten. Um dies weiter zu systematisieren, und um generelle Hypermaterie-Eigenschaften, wie zum Beispiel Asymmetrie-Energien zu bestimmen, soll nun eine heuristische Formel diskutiert werden, welche neben der Systematik der Bindungseigenschaften von Hyperkernen auch die der rein nukleonischen Kerne beschreibt. Für gewöhnliche Nuklide gibt die Bethe-Weizsäcker-Massenformel die Systematik des Bindungsverhaltens von Kernen in Abhängigkeit ihrer Konstituenten wieder (siehe Anhang A3). Eine Erweiterung auf Hypermaterie wurde 1993 von Dover und Gal vorgestellt [Dov 93]. Neben dieser auf dem Fermi-Gas Modell basierenden Erweiterung – als konsistente Erweiterung der ursprünglichen Bethe-Weizsäcker Formel – existieren auch neuere gruppentheoretische Ansätze zur Erweiterung der Massenformel unter Benutzung der Spin-Flavor-SU(6) Casimir-Operatoren [Lev 98]. Hier soll nun der Ansatz von Dover und Gal verwendet werden, um die berechneten Bindungsenergien von Hyperkernen zu parametrisieren.

Die Bindungsenergie eines Kerns mit p Protonen und n Neutronen ist in der Bethe-Weizsäcker-Massenformel durch

$$E_B(\{p, n\}) = -a_V^{(0)} A + a_S A^{\frac{2}{3}} + a_C \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} + a_x \frac{(N - Z)^2}{A} \quad (4.2)$$

gegeben. Die vier Terme repräsentieren die Beiträge der Volumen-Energie (a_V), Oberflächen-Energie (a_S), Coulomb-Energie (a_C) und Symmetrie-Energie (a_x), siehe auch Anhang A3. Der sonst noch übliche Paarterm wird nicht berücksichtigt, da ausschließlich gg-Kerne betrachtet werden. Die Erweiterung von (4.2) in den Λ -Sektor bringt zwei weitere Terme. Der erste zusätzliche Term trägt dem parabolischen Verhalten von B/A in Abhängigkeit von der Nukleon-Hyperon-Asymmetrie Rechnung. Als Asymmetrieparameter

ter wird der Ausdruck

$$\left[\frac{(N+Z)}{2} - \Lambda \right] \quad (4.3)$$

benutzt. In dem in Abbildung 1.1 dargestellten Baryonenoktett ist dies der Asymmetrieparameter, der orthogonal zum Isospin steht, und somit auch die naheliegende Wahl darstellt. Der Hyperladungssymmetrieterm ist damit gegeben durch

$$a_y \frac{\left[\frac{(N+Z)}{2} - \Lambda \right]^2}{A}. \quad (4.4)$$

A bedeutet hier und im Folgenden die Gesamtzahl der Baryonen

$$A = N + Z + \Lambda. \quad (4.5)$$

Zumindest ein weiterer Term ist notwendig, um die Λ -Hyperkerne richtig beschreiben zu können. Da die Λ - Λ - und die Λ -Nukleon-Wechselwirkung erheblich schwächer ist als die zwischen zwei Nukleonen, muß im Volumenterm $a_V A$ für diese fehlende Bindung korrigiert werden. Das erfordert einen Term, der linear in Λ ist. Um die Abhängigkeit der Formel vom oben eingeführten Λ -Nukleon-Asymmetrieparameter manifest beizubehalten, wird dieser Term folgendermaßen angesetzt:

$$b_V \left[\frac{(N+Z)}{2} - \Lambda \right]. \quad (4.6)$$

Aus (4.2), (4.4) und (4.6) ergibt sich dann die GBW für Λ -Hyperkerne:

$$\begin{aligned} E_B(\{p, n, \Lambda\}) = & -a_V A + b_V \left[\frac{(N+Z)}{2} - \Lambda \right] + a_S A^{\frac{2}{3}} + a_C \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} \\ & + a_x \frac{(N-Z)^2}{A} + a_y \frac{\left[\frac{(N+Z)}{2} - \Lambda \right]^2}{A}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Die Erweiterung der Bethe-Weizsäcker-Formel ließe sich auch durch einen einzelnen binomialen Term in Λ/A

$$B_1 \left(\frac{\Lambda}{A} + B_2 \right)^2 A \quad (4.8)$$

durchführen. Der Parameter

$$B_1 = \frac{9}{4} a_y \quad (4.9)$$

beschreibt wie a_y die Λ -Nukleon-Symmetrie-Energie. Aus

$$B_2 = -\frac{b_V + a_y}{3a_y} \quad \Rightarrow \quad \Lambda_{\min} = \frac{1}{3} \left(1 - \left| \frac{b_V}{a_y} \right| \right) A \quad (4.10)$$

folgt die Anzahl der Λ s für welche unter Vernachlässigung der Coulomb-Kraft bei gegebenem A die größte Bindungsenergie auftritt. Für den Fall gleicher Potentialtiefe der Nukleonen und der Λ s in Λ -Hypermaterie gilt $\Lambda = n = p = \frac{1}{3}$. Die geringere Potentialtiefe der Λ s und die Λ -N-Symmetrie-Energie sind gegenläufig wirkende Effekte, die sich im effektiven Asymmetrie-Parameter b_V/a_Y zusammenfaßen lassen. Λ_{\min} aus (4.10) zeigt, daß die Λ -Anzahl der am tiefsten gebundenen Konfiguration mit geringer werdender Λ -Potentialtiefe sinkt ($|b_V| \nearrow$), während eine große Symmetrie-Energie ($|a_Y| \nearrow$) sie näher an $\frac{1}{3}A$ heranbringt.

Bei der Verwendung dieser Gleichung muß beachtet werden, daß auch hier, wie schon bei der Diskussion der Multi- Λ -Hyperkern-Rechnungen erwähnt, die Gültigkeit von (4.7) verlorengeht, wenn durch den Prozeß (4.1) eine Konversion von zwei Λ s in ein Ξ und ein Nukleon möglich wird. Da in dieser Arbeit keine Rechnungen hierzu durchgeführt wurden, sei für eine detaillierte Diskussion dieses Punktes auf [Dov 93] und [Bal 94] verwiesen.

Aus der GBW können Informationen über die Materieeigenschaften der Kerne wie mittlere Potentialtiefe und Asymmetrie-Energien gezogen werden. Abbildung 4.15 zeigt einen Fit der GBW-Gleichung an im VDD-Modell errechnete Bindungsenergien. Die dargestellten Kurven zeigen die folgenden Ketten:

- ① ^{16}O Hyperisobarenisotopenkette ($A=\text{const.}, Z=\text{const.}$)
- ② ^{56}Ni Hyperisobarenisotopenkette
- ③ ^{48}Ca Hyperisobarenisotopenkette
- ④ ^{48}Ca Hyperisotopenkette ($N=\text{const.}, Z=\text{const.}$)
- ⑤ ^{116}Sn Hyperisobarenisotopenkette
- ⑥ ^{208}Pb Hyperisobarenkette ($A=\text{const.}, N=\text{const.}$)
- ⑦ ^{208}Pb Hyperisobarenisotopenkette
- ⑧ ^{208}Pb Hyperisotopenkette

Diese Wahl deckt einen weiten Massenbereich sowie eine große Bandbreite an Hyperladungs- und Isospinasymmetrien ab. Der kleine Wert von $\chi^2 = 8.2 \cdot 10^{-3}$ zeigt, daß die Erweiterung der Bethe-Weizsäcker-Formel um die beiden Terme ausreichend ist, um dem neuen Strangeness-Freiheitsgrad Rechnung zu tragen. Um einen Vergleich zu den Koeffizienten der ursprünglichen BW-Massenformel zu bekommen, muß der Koeffizient des Volumenterms aus a_V , b_V und a_Y errechnet werden. Für $\Lambda=0$ ergibt sich:

$$a_V^{(0)} = -a_V + \frac{b_V}{2} + \frac{a_Y}{4} = -15.7651 \text{ MeV} \quad (4.11)$$

In der linken oberen Ecke von Abbildung 4.15 sind die Ergebnisse des VDD-Hyperkernfits dargestellt.

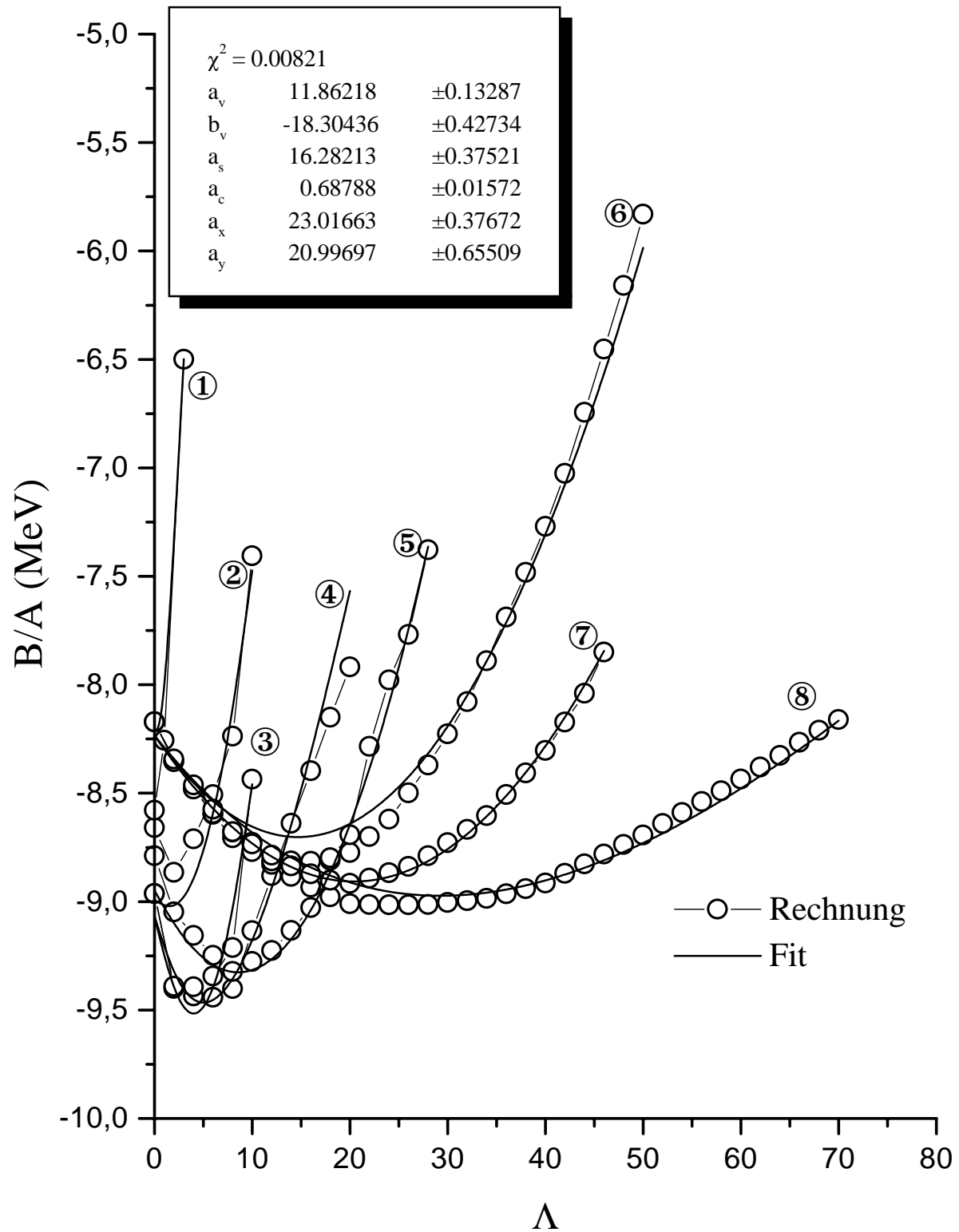


Abbildung 4.15: Koeffizienten-Fit der GBW-Gleichung Bindungsenergien aus dem VDD-Modell. Die einzelnen Kurven sind auf Seite 63 näher erläutert.

Aus der GBW-Massenformel läßt sich nun ein absolutes Minimum in der Bindungsenergie pro Nukleon errechnen, welches die stabilste Konfiguration für Λ -Hypermaterie definiert. Beschreibt man die Asymmetrien durch

$$x = \frac{N - Z}{A}, \quad y = \frac{\frac{1}{2}(N + Z) - \Lambda}{A}, \quad (4.12)$$

so ergibt sich für festes A die jeweils am stärksten gebundene Konfiguration durch:

$$x_{\min}(A) = \frac{\frac{1}{3}(2a_y - b_V)a_C A^{\frac{2}{3}}}{4a_x a_y + (a_y + \frac{4}{9}a_x)a_C A^{\frac{2}{3}}} \quad (4.13)$$

$$y_{\min}(A) = -\frac{2a_x b_V + (\frac{1}{2}b_V + \frac{4}{9}a_x)a_C A^{\frac{2}{3}}}{4a_x a_y + (a_y + \frac{4}{9}a_x)a_C A^{\frac{2}{3}}} \quad (4.14)$$

$$(4.15)$$

Dies führt dann im Einzelnen auf:

$$Z = \frac{1}{3}A(1 + y_{\min}(A) - \frac{3}{2}x_{\min}(A)), \quad (4.16)$$

$$N = \frac{1}{3}A(1 + y_{\min}(A) + \frac{3}{2}x_{\min}(A)), \quad (4.17)$$

$$\Lambda = \frac{1}{3}A(1 - 2y_{\min}(A)). \quad (4.18)$$

Gleichung (4.18) enthält den weiter oben diskutierten Grenzfall (4.10) für $a_C=0$.

Numerisches Lösen der Gleichungen liefert als stabilsten Kern das Hypernuklid

$${}^{74}\text{Zn}_{7\Lambda}, \quad B/A = -9.651\text{MeV}. \quad (4.19)$$

Der Isospin-Anteil dieses Hyperkerns liegt im Gebiet der stabilsten gewöhnlichen Kerne. Das zeigt, daß die Λ s im Kern zu keiner ausreichenden Stabilisierung führen, um den stabilsten Multi- Λ -Hyperkern jenseits der Protonen- und Neutronen-Driplines zu bringen. Der Strangeness-Anteil

$$f_s = \frac{\Lambda}{N + Z + \Lambda} = 0.095 \quad (4.20)$$

zeigt, daß das Tal der Stabilität nur geringfügig in den Strangeness-Sektor hinein verschoben wird. Der Ladungsanteil am stabilsten Punkt der Λ -Hypermaterie ist gegeben durch

$$f_q = \frac{Z}{N + Z + \Lambda} = 0.405, \quad (4.21)$$

deutlich unterhalb der Wertes für die stabilsten gewöhnlichen Kerne von etwa 0.46. Dies hat eine Herabsetzung der Coulomb-Repulsion relativ zu den Kernkräften zur Folge, wodurch der Kern erheblich an Stabilität gewinnt.

4.3 Vergleich mit Experimenten und anderen Modellen

Als Observablen können prinzipiell folgende Größen mit dem Experiment direkt verglichen werden::

- ① die Einteilchenspektren der Protonen, Neutronen und Λ s (siehe Abb. 4.3)
- ② die Bindungsenergie pro Baryon B/A
- ③ die elektrische Ladungsverteilung im Kern

Für Hyperkerne scheiden jedoch die Messung der Ladungsverteilung ③, sowie die direkte Messung der Bindungsenergie pro Baryon ②, aufgrund der geringen Lebensdauer eines Λ -Hyperkerns von nur 10^{-10} s ganz aus. Die einzige direkt beobachtbare Größe ist das Einteilchenspektrum ① mit der darin enthaltenen Feinstruktur (wie z.B. Spin-Bahn Aufspaltung), welche den größten Anteil der Informationen über die Λ -Nukleon Wechselwirkung enthält. Die momentan verfügbare Information über die Feinstruktur ist allerdings sehr beschränkt.

4.3.1 Einteilchenspektren

In diesem Abschnitt sollen nun zuerst die Einteilchenspektren aus K^- (AX , $^AX_\Lambda$) π^- und aus π^+ (AX , $^AX_\Lambda$) K^+ Hyperkernspektroskopie-Experimenten den Rechnungen gegenübergestellt werden. Weiterhin wird die Spin-Bahn Aufspaltung untersucht und die Qualität verschiedener theoretischer Modelle miteinander verglichen. Einteilchenspektren stellen momentan die einzige Möglichkeit dar, theoretische Modelle zur Beschreibung von Hyperkernen mit dem Experiment zu vergleichen. So existieren bereits mehrere theoretische Ansätze, diese Spektren zu erklären: phänomenologische RMF Modelle [Ruf 90, Gle 92, Vre 97], nichtrelativistische OBE-Modelle mit realistischen Potentialen [Vid 98a, Vid 98b], variationstheoretische Modelle [Pan 97, Fuj 99] und auch eine komplette G-Matrix Rechnung für $^{16}O_\Lambda$ [Hao 93]. Alle diese Beschreibungen erweisen sich als tauglich, um die experimentellen Daten zu beschreiben. Zudem existiert auch eine RMF Rechnung, welche die Λ - σ -Kopplung aus [Reu 96, Hai 98] verwendet, die auch in dieser Arbeit benutzt wird, um R_σ zu bestimmen [Zho 98]. Die Kopplung des Λ an das ω -Meson wird auch dort als freier Parameter behandelt. Die Ergebnisse dieser Rechnung sind in Abbildung 4.17 dargestellt.

Die berechneten Einteilchen-Spektren werden nun mit qualitativ recht guten Daten aus einer $\pi^+(^XA, ^XA_\Lambda)K^+$ Spektroskopie [Aji 95, Pil 91] verglichen. Eine Zusammenfassung der Ergebnisse zeigt Abbildung 4.16. Die Einteilchenspektren der mittelschweren bis schweren Kerne werden durch die dichteabhängige Theorie sehr gut beschrieben, während die leichteren (ab $^{16}O_\Lambda$) eine Abweichung von den Meßdaten um bis zu 2.5 MeV zeigen. Dies hat zumindest zwei Ursachen. Zum einen wird die Anwendbarkeit der Meanfield-Näherung und der LDA ("local density approximation") zu kleinen Teilchenzahlen hin immer schlechter

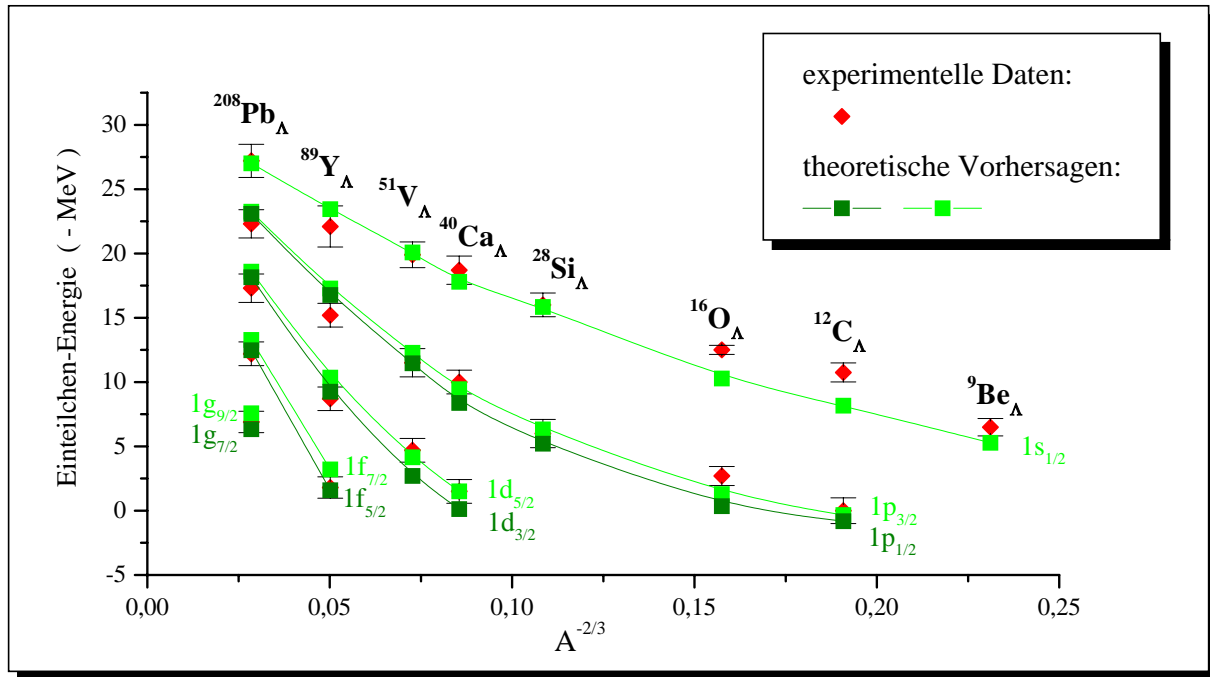


Abbildung 4.16: Vergleich des experimentell durch π^+ (AX , $^AX_\Lambda$) K^+ bestimmten Einteilchenspektrums [Aji 95, Pil 91] von einfach- Λ -Hyperkernen mit den theoretischen Vorhersagen im dichteabhängigen Meanfield Modell. Die Abbildung zeigt eine sehr gute Übereinstimmung für mittelschwere und schwere Kerne.

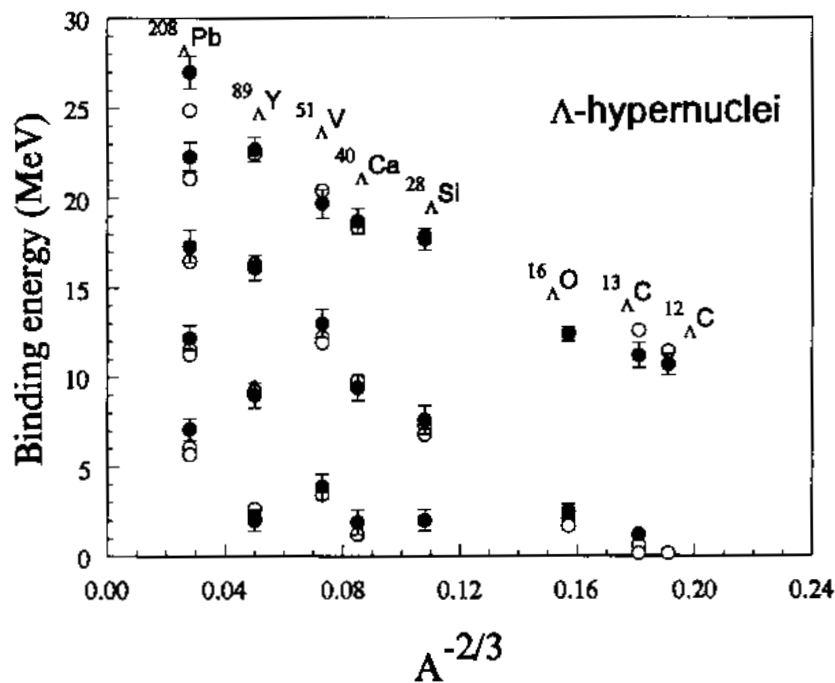


Abbildung 4.17: Vergleich von nicht dichteabhängigen RMF Rechnungen ($R_\sigma = 0.490$ und $R_\omega = 0.512$) [Zho 98] mit den (π , K) Daten

(siehe 2.1.1), was schon zu einer Diskrepanz der theoretischen Vorhersagen für gewöhnliche Kerne mit dem Experiment führt. Desweiteren kommt für ein einzelnes Λ noch eine Überschätzung des dichteabhängigen Kopplungsverhaltens, wie bereits in Abschnitt 4.1.1 diskutiert, hinzu.

Für die schweren Kerne, vor allem ^{208}Pb , ist die dichteabhängige Beschreibung der Einfach- Λ -Hyperkerne aber klar besser als die nichtdichteabhängigen RMF Rechnungen mit realistischen Potentialen, die in Abbildung 4.17 dargestellt sind. Die dichteabhängige Kopplung spielt für das Λ bei diesen Kernen allerdings keine allzugroße Rolle, da einerseits die Λ -Dichte relativ gering ist, und andererseits auch über den Kernradius hinweg kaum variiert, siehe auch Abbildung 4.2. Der maßgebliche Effekt, der zu einer Verbesserung der Übereinstimmung mit den experimentellen Daten im Vergleich zu [Zho 98] führt, ist die dichteabhängige Behandlung des Rumpfkernes, mit der daraus resultierenden Umordnung der Nukleonendichteverteilung.

Als nächster Punkt soll ein älterer Datensatz (Ende der 70er Jahre), der Spektren aus $K^- (^A X, ^A X_\Lambda) \pi^-$ Experimenten enthält [Pov 80, Ber 79], mit den dichteabhängigen Rechnungen verglichen werden. Der Datensatz ist aufgrund seiner großen Fehlerbalken nicht in die Bestimmung von R_ω eingeflossen. Diese Daten sind, zusammen mit den VDD Rechnungen und den Rechnungen in einem phänomenologischen, relativistischen Mean-field Modell [Ruf 90] in Tabelle 4.1 aufgelistet. In diesen Daten sind allerdings neben den Einteilchenzuständen der Λ s auch Λ -Teilchen-Neutron-Loch Anregungen enthalten. Diese wurden näherungsweise im Hartree Schema berechnet, indem während der Iteration der unbesetzte Neutronenzustand als Loch mit-iteriert wurde. Diese näherungsweise Behandlung könnte durch eine vollständige RPA- (Random Phase Approximation) Rechnung verbessert werden. Eine weitere Schwierigkeit tritt durch die kleine Massenzahl der Kerne auf, wie schon im vorherigen Absatz bemerkt wurde. Die gemessenen Energien sind außerdem, schon alleine aufgrund der Energieauflösung des Spektrometers von lediglich 4 MeV, mit einem relativ großen Fehler behaftet. Somit können auch diese Messungen im Rahmen einer dichteabhängigen Hadronenfeldtheorie adäquat beschrieben werden. Die zweite Spalte von Vergleichswerten in Tabelle 4.1 stammt von Rechnungen eines relativistischen MF Modells mit phänomenologischen, konstanten Kopplungen [Ruf 90]. Das σ Feld besitzt eine Selbstwechselwirkung bis zur 4. Ordnung. Die relativen Kopplungen, R_σ und R_ω , wurden direkt an die hier gezeigten experimentellen Daten angefitet. Eine Übereinstimmung der theoretischen Werte mit den experimentellen – in dem Rahmen, wie sie Tabelle 4.1 zeigt – ist also zu erwarten.

Eine weitere, in den Einteilchenspektren enthaltene, charakteristische Observable von Atomkernen ist die Spin-Bahn Aufspaltung der einzelnen Drehimpuls-Orbitale. Hierfür gibt es von experimenteller Seite Hinweise, daß diese sehr klein ist (siehe auch Seite 40). Ein “Datenpunkt” wurde aus Hyperkernspektren von $^{13}\text{C}_\Lambda$ extrahiert, die 1981 in Brookhaven aufgenommen wurden [Mil 85]. Die für die 1p-Schale gefundene Aufspaltung beträgt (0.36 ± 0.3) MeV. Der VDD Wert für die Aufspaltung des 1p Λ -Orbitals von 0.64 MeV in $^{13}\text{C}_\Lambda$ ist verträglich mit dem Experiment, wie auch in Abbildung 4.4 zu sehen ist. Er liegt allerdings an der oberen Grenze des Fehlerbalkens, was bedeutet – wie bereits in

	Valenz Neutron	Anregung	Exp. E/MeV	VDD E/MeV	phän. RMF E/MeV
^{12}C	$1p_{3/2}$	$(1s_{1/2}\Lambda, 1p_{3/2}^{-1})$	6.72 ± 2	6.48	5.02
		$(1p_{3/2}\Lambda, 1p_{3/2}^{-1})$	18.48 ± 2	15.49	17.21
^{16}O	$1p_{1/2}$	$(1s_{1/2}\Lambda, 1p_{1/2}^{-1})$	3.35 ± 2	5.42	3.53
		$(1s_{1/2}\Lambda, 1p_{3/2}^{-1})$	9.90 ± 2	10.09	9.46
		$(1p_{1/2}\Lambda, 1p_{1/2}^{-1})$	13.20 ± 2	15.92	13.89
		$(1p_{3/2}\Lambda, 1p_{3/2}^{-1})$	19.20 ± 2	18.96	18.88
^{40}Ca	$1d_{3/2}$	$(1p_{1/2}\Lambda, 1d_{3/2}^{-1})$	5.79 ± 2	8.24	7.40
		$(1d_{3/2}\Lambda, 1d_{3/2}^{-1})$	14.47 ± 2	16.96	15.48
		$(1d_{5/2}\Lambda, 1d_{5/2}^{-1})$	19.35 ± 2	20.01	20.71

Tabelle 4.1: Vergleich von Teilchen-Loch Hartree Rechnungen im dichteabhängigen Modell (VDD) mit experimentellen Daten aus $K^- (^A\text{X}, ^A\text{X}\Lambda) \pi^-$ Experimenten [Pov 80, Ber 79] und einem phänomenologischen RMF Modell (phän. RMF) [Ruf 90]. Die Angabe des experimentellen Fehlers stellt lediglich die Auflösung des Spektrometers dar.

Abschnitt 3.2 diskutiert – daß die hier gewählten relativen Kopplungen (3.29) und (3.30) an der oberen Grenze ihres zulässigen Wertebereiches liegen. Der zitierte Datenpunkt sollte aber nicht überbewertet werden, er gibt hauptsächlich einen Richtwert für die Größenordnung dieses Effektes in Λ -Hyperkernen.

Neben den Einteilchenspektren sind momentan keine weiteren Daten verfügbar, um die Qualität des Modells zu testen. Es ist aber auch in Zukunft außer einer Verbesserung der Qualität der Einteilchenspektren, welche dann auch sensitiv auf die exakte Spin-Bahn-Aufspaltung sein wird, keine umfangreichere Vergleichsmöglichkeit für Λ -Hyperkerne zu erwarten, da diese so kurzlebig sind, daß zum Beispiel eine Bestimmung des Ladungsradius nicht möglich sein wird. Eine große Bereicherung wird allerdings die Spektroskopie von Mehrfach- Λ -Hyperkernen und Hyperkernen mit anderen Hyperonen, wie sie zum Beispiel an der GSI und an der noch im Aufbau befindlichen Japanese Hadron Facility geplant sind, in Zukunft bringen.

Der Vergleich des erweiterten dichteabhängigen Modells mit den Einteilchen Daten in den vorangegangenen Absätzen spricht beinahe durchweg für dieses Modell. Mit nur einem freien Parameter, der aufgrund fehlender mikroskopischer Rechnungen unbestimmt ist, lassen sich sowohl Einteilchenspektren, als auch Teilchen-Loch-Anregungen mittelschwerer bis schwerer Kerne sehr gut beschreiben. Auch ist die Übereinstimmung mit dem Experiment dort besser als in nicht dichteabhängigen RMF-Rechnungen, die mit realistischen Potentialen arbeiten (siehe Abb. 4.17).

4.3.2 Multi- Λ -Hyperkerne in verschiedenen Modellen

Das Verhalten von Multi- Λ -Hyperkernen [Ruf 90] und Multi-Strange-Materie [Sch 93, Sch 94] wurde bereits im Rahmen eines phänomenologischen RMF Modells untersucht, unter anderem mit einer Analyse unter Zuhilfenahme der GBW-Formel [Bal 94]. Auch dort

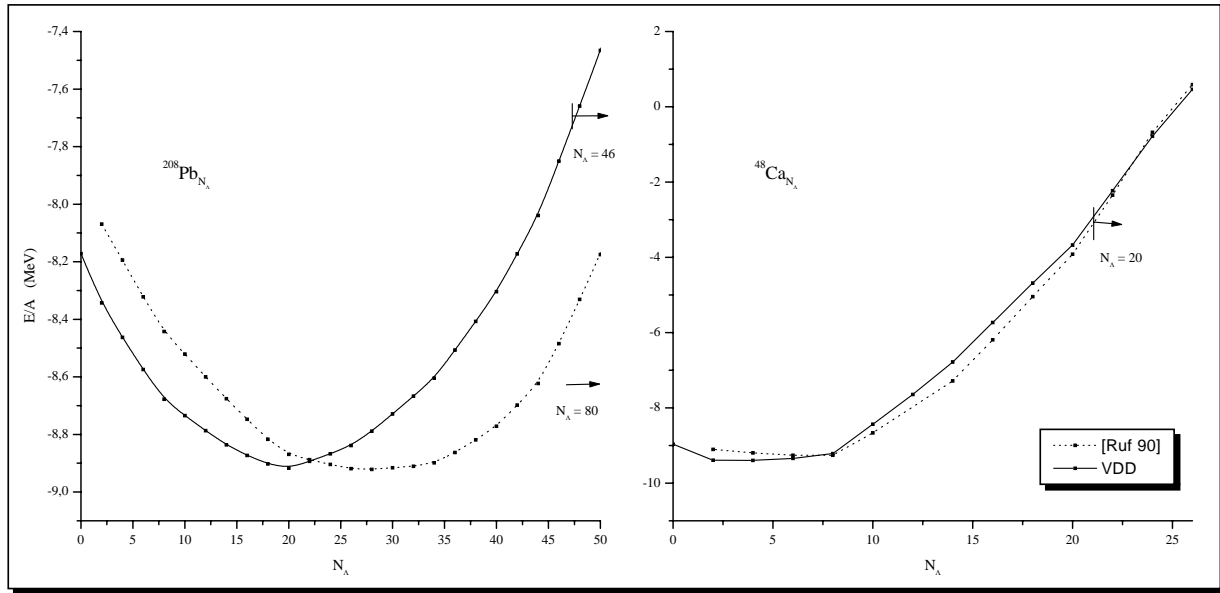


Abbildung 4.18: Vergleich der Bindungsenergien pro Baryon in Multi- Λ -Hyperkernen in VDD und in phänomenologischer RMF [Ruf 90]. Das dichteabhängige Modell liefert eine wesentlich geringere Stabilität für große Multi-Strange-Objekte.

findet man eine parabolische Abhängigkeit des Verhältnisses B/A von der Hyperladungssymmetrie. Allerdings sind die Mehrfach- Λ -Hyperkerne in diesen Rechnungen stärker gebunden, siehe Abbildung 4.18. In den gezeigten Fällen von Blei und Calcium liegt das Minimum der B/A -Kurve für VDD bei kleinerem Strangeness-Anteil als im Falle nicht dichteabhängiger RMF, und für Blei ist auch die Instabilität gegen Teilchenemission bereits für geringere Λ -Zahlen erreicht. Dieser Unterschied begründet sich in einer stark verschiedenen Entwicklung der Λ -Einteilchenpotentiale in den beiden theoretischen Beschreibungen. Diese sind in Abbildung 4.19 dargestellt. Im Falle der dichteabhängigen Rechnung nimmt die Potentialtiefe ab, das Potential behält jedoch seine ursprüngliche Gestalt bei. Dieser Effekt ist verständlich, da die Neutronen, welche ungefähr doppelt so stark an die Λ s koppeln, als diese an sich selber, durch Λ s ausgetauscht werden. Im Falle der nicht dichteabhängigen Wechselwirkung hingegen erhält man ein schmaleres, aber tieferes Potential für die Λ s bei zunehmender Anzahl ersetzter Neutronen. Dies wird durch eine Zusammenballung der Λ s im Zentrum des Kernes hervorgerufen, welche in dieser Rechnung auftritt. In der dichteabhängigen Theorie verhindert die funktionale Abhängigkeit der Kopplung von der jeweiligen Dichte ein solches „Zusammenklumpen“, da sie bei größeren Dichten zu immer schwächeren Kopplungen führt. Dieser Unterschied zeigt sich bereits in den Neutronen-Dichteverteilungen, die in Abbildung 4.20 dargestellt sind. Daraus resultiert eine vergleichsweise breite Dichteverteilung der Λ s, welche die insgesamt schwächere Bindung und die frühere Instabilität für Multi-Strange-Systeme zur Folge hat. Das für ein einzelnes Λ tiefere Potential in der VDD (siehe Abbildung 4.19) wird für große Anzahlen von Λ -Hyperonen im Kern erheblich schwächer als im nichtlinearen σ -Modell. Der fundamentale Unterschied der beiden Modelle, welcher letztendlich zu dem unterschiedlichen Verhalten

	Literatur [Pre 75]	VDD	phän. RMF	[Dov 93] II
$a_V^{(0)}/\text{MeV}$	15.68	15.77	15.38	15.9
a_V/MeV	—	11.86	13.02	13.4
b_V/MeV	—	-18.30	-12.28	-17.6
a_S/MeV	18.56	16.28	16.33	16.9
a_C/MeV	0.72	0.69	0.64	0.7
a_x/MeV	28.06	23.02	25.98	28.5
a_y/MeV	—	21.00	15.12	25.1
b_V/a_y	—	0.87	0.81	0.7

Tabelle 4.2: Vergleich von Koeffizienten der GBW-Formel aus der Literatur mit theoretischen Vorhersagen und einer phänomenologischen Parametrisierung von Λ -Hyperkern-Daten. VDD bezeichnet das dichteabhängige Modell, phän. RMF das nichtlineare σ -Modell mit den Parametern aus [Ruf 90]. [Dov 93] II stellt die Parametrisierung von Hyperkerndaten dar.

in der Bindungsenergie pro Baryon führt, liegt darin, daß in dem phänomenologischen Modell eine nichtlineare σ -Selbstwechselwirkung enthalten ist, die zuallererst eine effektive Dichteabhängigkeit im skalaren Wechselwirkungs-Kanal verursacht. Das ω -Feld hingegen ist nur durch Effekte höherer Ordnung mit der Kerndichte korreliert und reagiert daher unzureichend auf Änderungen in der Dichteverteilung. Im Gegensatz dazu behandelt das dichteabhängige Modell beide Wechselwirkungen in einer konsistenten Art und Weise und führt so zu anderen Ergebnissen.

Bereits für Einfach- Λ -Hyperkerne zeigen sich aufgrund der unterschiedlichen Gestalt des Rumpfkernes Differenzen in der Gestalt der Λ -Wellenfunktionen. Dies ist in Abbildung 4.21 für die 1s- Λ -Wellenfunktion in Blei und in Calcium dargestellt. Es spiegelt sich hier genau das Verhalten der Nukleonendichten in den beiden Modellen wieder: Die VDD- Λ -Wellenfunktionen sind im Zentralbereich kleiner als die des phänomenologischen Modells, aber mit dem gleichen asymptotischen Verhalten. Sie besitzen einen kompaktere Form, sprich, schärferen Rand. Wie bereits im vorigen Abschnitt diskutiert, hat das Rearrangement für das einzelne Λ selber keinen großen Effekt, so daß diese 1s-Wellenfunktionen wirklich nur die Struktur des Rumpfkerns widerspiegeln.

Zur Gegenüberstellung der Λ -Hypermaterieeigenschaften sind in Tabelle 4.2 die Ergebnisse des VDD-Hyperkern-Fits im Vergleich zu üblichen Literaturwerten [Pre 75], einem Fit für Hyperkerne, die im phänomenologischen RMF-Modell mit den Parametern aus [Ruf 90] gerechnet sind (für die Parameter siehe Anhang A2) und der phänomenologischen Parametrisierung von Dover und Gal [Dov 93] II dargestellt. Für den Volumen term ergeben sich in allen vier Fällen fast identische Werte. Der bereits im letzten Abschnitt besprochene Unterschied in den Λ -Wechselwirkungen zwischen dem phänomenologischen RMF-Modell und VDD tritt hier in dem unterschiedlichen Verhältnis zwischen a_V und b_V , sowie in dem Hyperladungs-Asymmetrie-Koeffizienten a_y wieder deutlich zutage. In beiden theoretischen Modellen wird die Isospin-Asymmetrie gegenüber den rein nukleonischen Kernen aufgeweicht. Eine abgewandelte Form der GBW-Formel wird in [Sch 98]

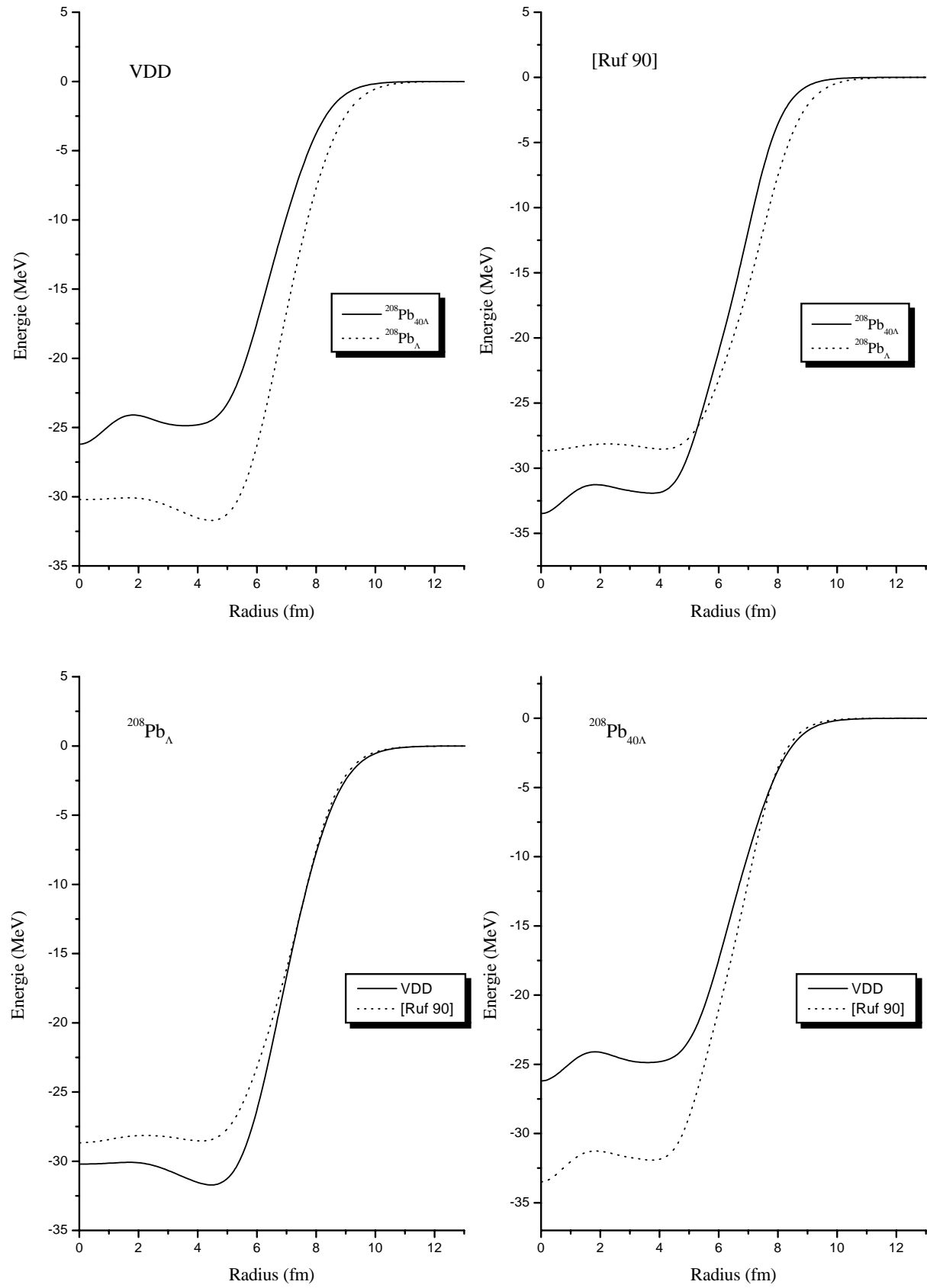


Abbildung 4.19: Vergleich der Potentialentwicklung bei Substitution von Neutronen durch Λ -Hyperonen in ^{208}Pb zwischen der dichteabhängigen Theorie aus dieser Arbeit und einer nicht dichteabhängigen RMF-Theorie [Ruf 90]

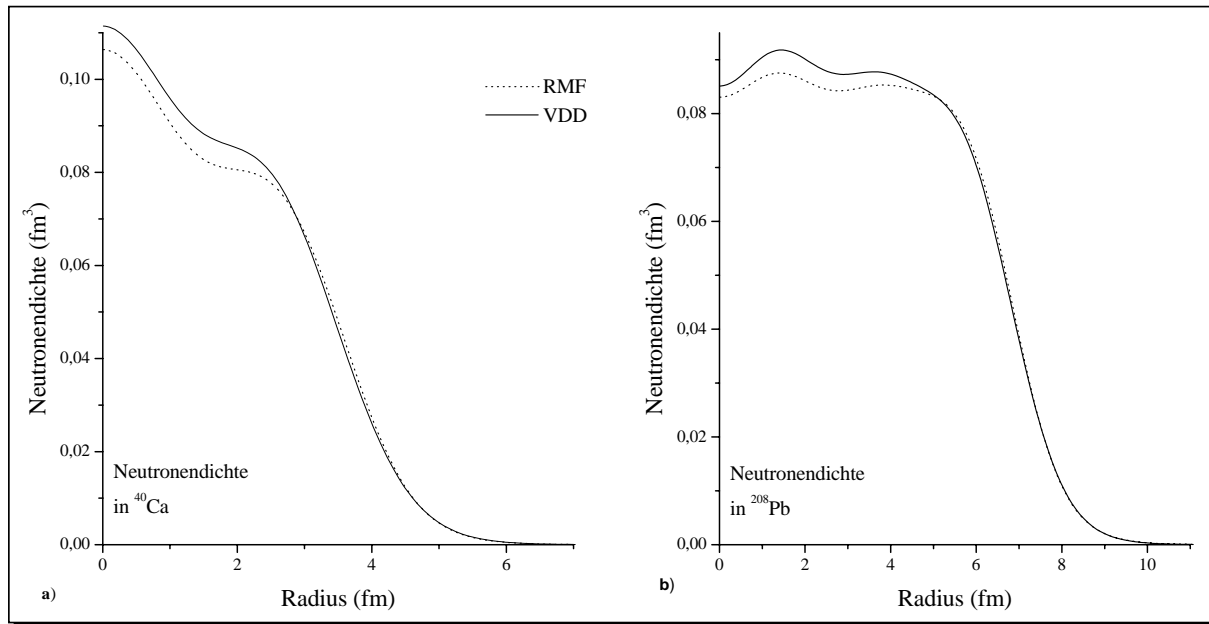


Abbildung 4.20: Vergleich der Dichteverteilungen von Neutronen im Kern für dichteabhängige RMF Theorie (VDD) und klassische RMF (RMF). a) zeigt dies für den Kern $^{41}\text{Ca}_\Lambda$, b) für $^{208}\text{Pb}_\Lambda$

über eine G-Matrix-Rechnung für Λ -Hypermaterie parametrisiert. Diese zeigt qualitativ das gleiche Verhalten wie die hier vorgestellte Parametrisierung, ist aber aufgrund größerer funktionaler Unterschiede nicht direkt vergleichbar mit der VDD Parametrisierung.

Tabelle 4.3 zeigt für drei Parametrisierungen der GBW-Formel die Stabilitätseigenschaften von Mehrfach- Λ -Hyperkernen. Dabei bezeichnet VDD die dichteabhängige Rechnung, [Dov 93] II eine rein phänomenologische Parametrisierung der Λ -Hypermaterie-Eigenschaften aus den spektroskopischen Hyperkerndaten und [Ruf 90] die bereits früher diskutierte phänomenologische RMF-Theorie. Die Protonen- und Neutronenzahlen der stabilsten Konfigurationen liegen für jede der drei Parametrisierungen noch nahe den am tiefsten gebundenen nukleonischen Kernen. Dennoch besteht ein wesentlicher Unterschied

	VDD	[Dov 93] II	[Ruf 90]
A_{\min}	74	81	85
N_{\min}	37	38	41
Z_{\min}	30	31	33
Λ_{\min}	7	12	11
$B/A(A_{\min})$	-9.651	-10.260	-9.565
$f_s(A_{\min})$	0.095	0.148	0.129
$f_q(A_{\min})$	0.405	0.383	0.388

Tabelle 4.3: Vergleich der Stabilitätseigenschaften für verschiedene Parametrisierungen der GBW-Formel

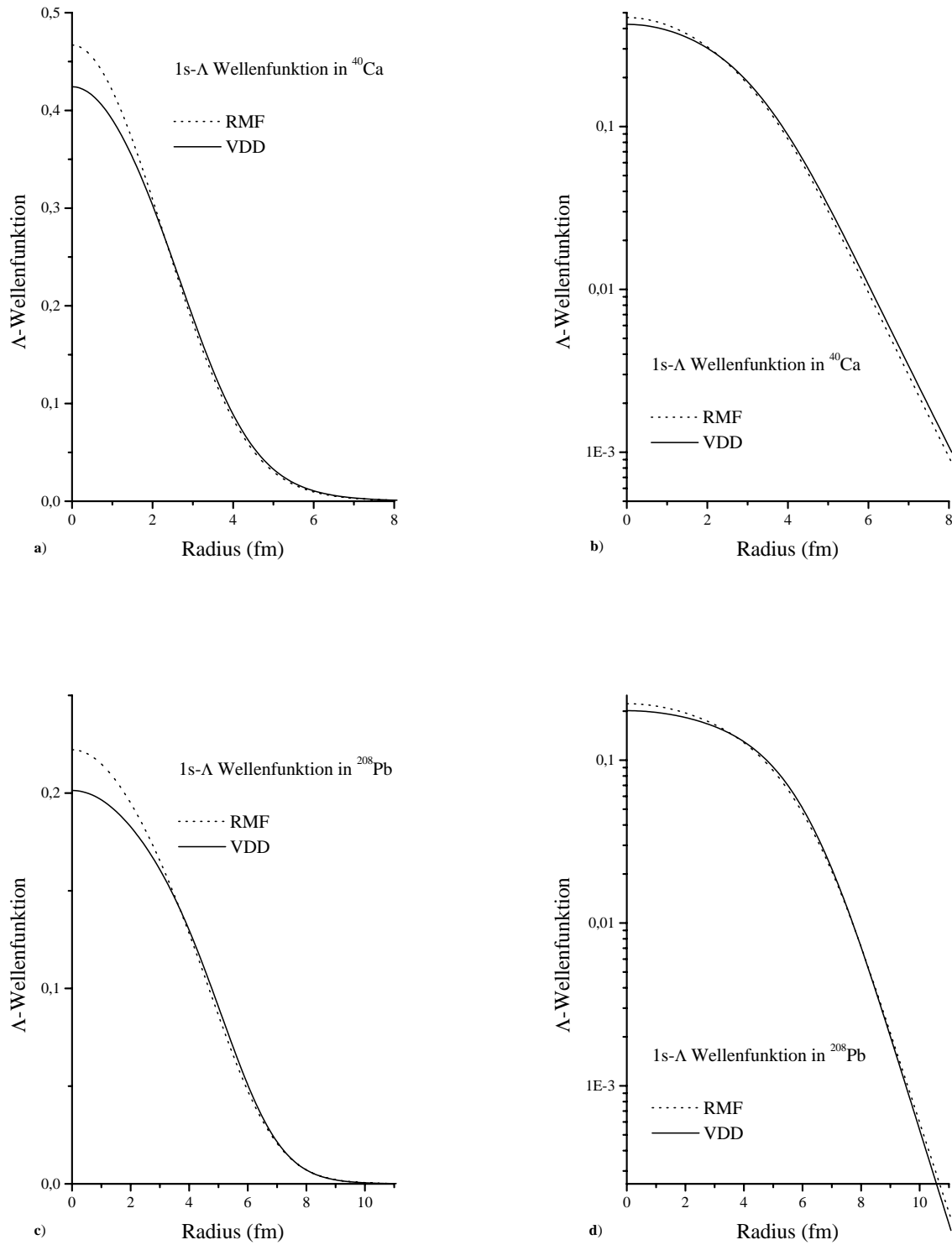


Abbildung 4.21: Wellenfunktionen des 1s- Λ Zustandes in MF Näherung der VDD (VDD) und in dichteunabhängiger RMF (RMF). a) und b) zeigen dies für $^{40}\text{Ca}_\Lambda$, c) und d) für $^{208}\text{Pb}_\Lambda$

zwischen der phänomenologischen RMF und den anderen beiden Parametrisierungen. Im Falle von [Ruf 90] wird der SU(2)-Rumpfkern im Stabilitätsmaximum über die Stabilitätsgrenze gewöhnlicher Kerne hinausgezogen, während der Protonen- und Neutronen-Anteil in den anderen beiden Parametrisierungen für sich noch stabil ist. Daraus läßt sich folgern, daß die Λ -Rumpfkern-Wechselwirkung in letzteren beiden Fällen vergleichsweise schwach ist. In der Energiehyperfläche über N, Z und Λ stellt sich im Wesentlichen nur ein Gradient in Λ -Richtung ein, mit einem Minimum zwischen 7 Λ s (VDD) und 12 Λ s ([Dov 93] II). Weitere qualitative Unterschiede der drei Parametrisierungen zeigen sich in dem Strangeness-Anteil f_s und der Bindungsenergie pro Baryon, siehe auch Abbildung 4.22. Der Strangeness-Anteil im stabilsten Kern liegt für alle drei Parametersätze um etwa 0.02 - 0.03 auseinander. Die Ursache hierfür ist die unterschiedliche Dynamik, die den Parametrisierungen zugrunde liegt. In der GBW-Formel drückt sich dies in den Koeffizienten b_V und a_V aus (Tabelle 4.2). Die Übereinstimmung der beiden RMF-Rechnungen im B/A-Verhalten in Abhängigkeit von A, die sich aber klar von dem aus [Dov 93] II unterscheiden, zeigt, daß in letzterer dynamische Effekte unberücksichtigt bleiben, welche die Stabilität der Hyperkerne verringern. Der Ladungsanteil der Hyperkerne f_q stimmt für die drei Parametrisierungen relativ gut überein (Abbildung 4.22). Eine gute Kenntnis des Isospinsektors in allen drei Beschreibungen führt dort lediglich zu kleineren Unsicherheiten. Der Vergleich mit einer Brueckner-Hartree-Fock-Rechnung für Λ -Hypermaterie [Sch 98] deutet darauf hin, daß der in der VDD-Parametrisierung im Vergleich kleinere Wert für f_s und größere Wert für f_q zumindest teilweise in der dichteabhängigen Wechselwirkung liegt, da sich diese Tendenz in [Sch 98] noch etwas verstärkt darstellt ($f_s \approx 0.08$, $f_q \approx 0.42$). Die Bindungsenergie pro Baryon liegt im Einklang mit den RMF-Rechnungen bei etwa -9.5 MeV.

4.4 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde eine dichteabhängige Hadronenfeldtheorie zur Beschreibung der SU(3)-Baryonen in relativistisch kovarianter und thermodynamisch konsistenter Form entwickelt. Durch eine Einschränkung des Teilchenspektrums der Theorie auf Λ s, Nukleonen und Nicht-Strange-Mesonen entstand ein dichteabhängiges Modell zur Beschreibung von Λ -Hyperkernen. Aufgrund der einfachen Wechselwirkungsstruktur des Λ , es ist ein isoskalares und elektrisch neutrales Baryon, war es möglich, trotz der bescheidenen Datenmenge und fehlender mikroskopischer Rechnungen zur Λ -Nukleon-Wechselwirkung, eine konsistente Erweiterung des dichteabhängigen VDD (Vector-Desity-Dependence) Meanfield-Modells, welches sich für die Beschreibung von Isospin-Kernen bereits hervorragend bewährt hat, zu finden. Das erweiterte Modell ist in der Lage die existierenden Hyperkern-Einteilchenspektren sehr gut zu beschreiben. Auch die vermutlich sehr kleine Spin-Bahn-Aufspaltung der Λ -Hyperkerne vermag es auf natürliche Weise zu reproduzieren. Die durch das Modell vorhergesagten Bindungseigenschaften für Multi- Λ -Hyperkerne und Λ -Hypermaterie weichen in wesentlichen Punkten von den Vorhersagen phänomenologischer RMF-Modelle zur Beschreibung von Λ -Hyperkernen ab. Es wird eine geringere Stabilität der Hyperkerne gegen Teilchenemission und ein kleinerer Strangeness-

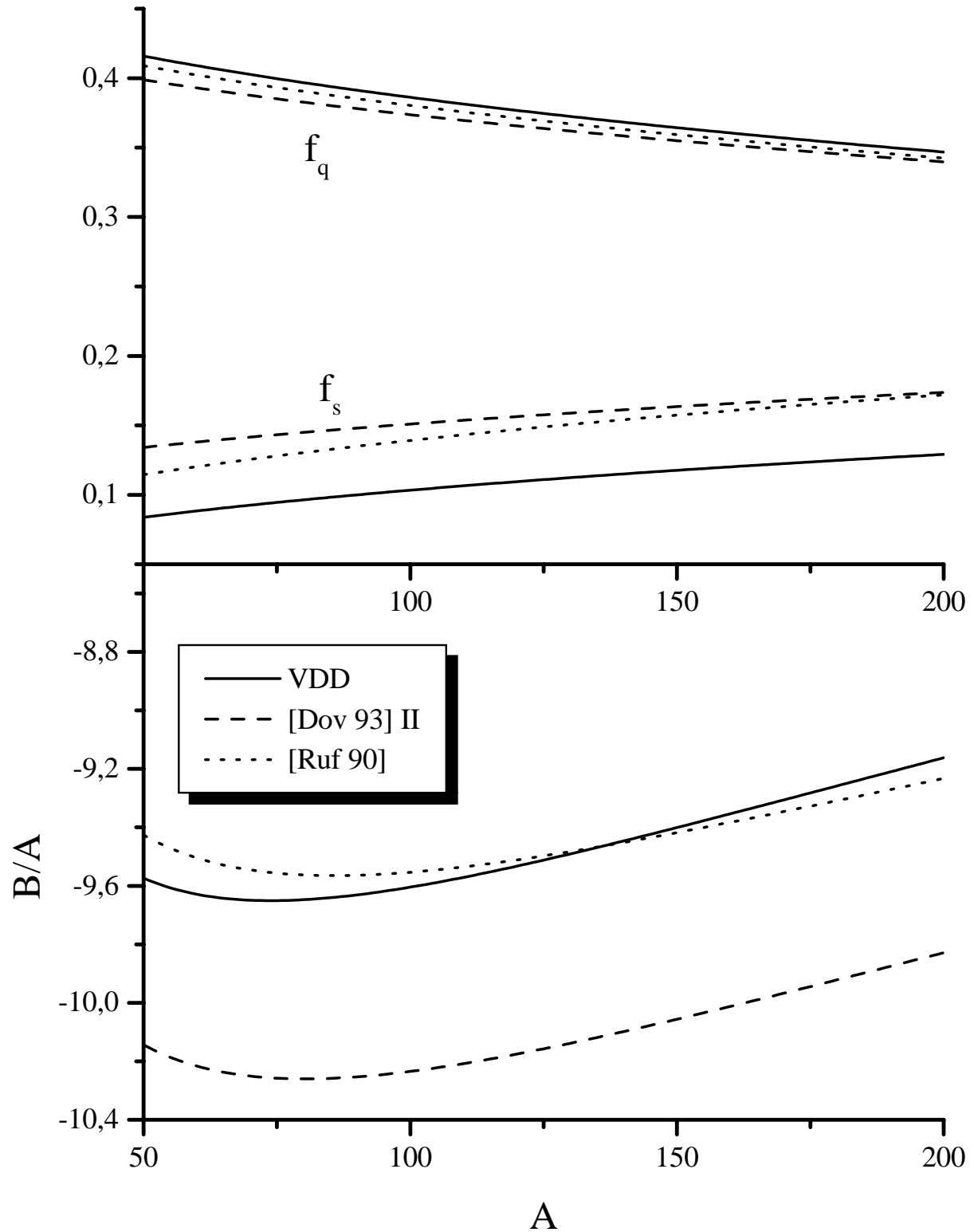


Abbildung 4.22: Vergleich des Strangeness-Anteils f_s , des Ladungs-Anteils f_q und der Bindungsenergie pro Baryon (B/A) für die jeweils stabilste Konfiguration bei gegebenem A in verschiedenen Parametrisierungen der GBW-Formel. VDD ist die dichteabhängige Rechnung, [Dov 93] II basiert auf einer rein phänomenologischen Extraktion von Λ -N- und Λ - Λ -Potentialen aus Hyperkerndaten und [Ruf 90] bezeichnet die bereits bekannte nicht dichteabhängige RMF Theorie.

Anteil am stabilsten Punkt der Λ -Hypermaterie vorhergesagt, jedoch eine etwa gleiche Bindungsenergie pro Baryon.

Als Ausgangspunkt der Arbeit diente das Walecka-Modell der Quantenhydrodynamik, das zu einer effektiven Theorie zur Beschreibung von $SU(3)_F$ -Hyperkern-Grundzuständen erweitert wurde. Das Teilchenspektrum des erweiterten Walecka-Modells enthält die $SU(3)$ -Spin- $\frac{1}{2}$ -Baryonen, sowie jeweils ein strange- und ein nicht-strange skalar-isoskales und vektoriell-isoskales Meson (σ, σ_s, ω und ϕ), ein vektoriell-isoskales Meson (ρ) und das Photonenfeld. Die Austauschteilchen sind in minimaler Weise an die Baryonen gekoppelt. Das Modell wurde dann auf Hartree-Meanfield-Niveau reduziert, um es für numerische Rechnungen handhabbar zu machen.

Die phänomenologische Behandlung der Baryon–Baryon-Wechselwirkung läßt zwar eine gute Beschreibung von Kernen zu, ist jedoch insofern unbefriedigend, als daß keine Information über die mikroskopische Struktur der Wechselwirkungen gewonnen werden kann. Daher wurde die Wechselwirkung von Baryonen im nuklearen Medium näher beleuchtet, welche durch die Dirac-Brueckner-Theorie beschrieben wird. Unter Verwendung von Dirac-Brueckner-Rechnungen in unendlicher Kernmaterie können die Medium-Modifikationen der Baryon–Baryon-Wechselwirkung als funktionale Abhängigkeit der Baryon–Meson-Vertizes von der vorliegenden Nukleonendichte parametrisiert werden.

Der dichteabhängigen Hadronenfeldtheorie folgend wurde dann das erweiterte Walecka Modell zu einer relativistisch kovarianten und thermodynamisch konsistenten $SU(3)$ -Feldtheorie ausgebaut. Dazu mußte die funktionale Abhängigkeit der Kopplungen aus den Dirac-Brueckner-Rechnungen von der Baryondichte mittels eines parametrischen Integraloperators auf Kopplungsfunktionale abgebildet werden, die von Feldoperatoren abhängen. Dies garantiert die relativistische Kovarianz und thermodynamische Konsistenz des dichteabhängigen Modells. Dieses wurde schließlich auf Meanfield-Niveau reduziert.

Durch eine Einschränkung des Teilchenspektrums der dichteabhängigen $SU(3)$ -Theorie auf Λ , Nukleonen und Nicht-Strange-Mesonen entstand ein dichteabhängiges Modell zur Beschreibung von Λ -Hyperkernen. Es wurden keine Strange-Mesonen berücksichtigt, da diese lediglich zu kleinen Korrekturen in der Beschreibung der Λ -Hyperkerne führen. Die Hauptaufgabe bei der Konstruktion dieses Modells bestand darin, die dichteabhängige Wechselwirkung der Λ -Hyperonen konsistent zu implementieren. Die medium-modifizierte Wechselwirkung der Nukleonen wurde mittels der VDD-Beschreibung der Dichteabhängigkeit behandelt, da sich diese bereits für gewöhnliche Kerne als sehr gut erwiesen hat. Für die Λ -Meson-Wechselwirkung mußte aufgrund fehlender mikroskopischer Rechnungen eine näherungsweise Behandlung der Dichteabhängigkeit gewählt werden. So wurden hierfür skalierte Nukleon–Meson-Vertizes verwendet, die anstelle der nukleonischen Baryondichte von der Λ -Baryondichte abhängen. Der Skalierungsfaktor der Λ - σ -Wechselwirkung wurde aus einem $SU(3)_F$ -Modell zur Baryon–Baryon-Streuung übernommen, der für die Λ - ω -Wechselwirkung aufgrund fehlender mikroskopischer Modelle dann mittels eines Least-Square-Fits an experimentell bestimmte Hyperkernspektren angepaßt wurde. Eine vollständige Bestimmung der beiden relativen Kopplungen aus den momentan verfügbaren experimentellen Daten war nicht möglich – diese ergaben lediglich ein ganzes

Intervall von möglichen Paaren der beiden relativen Kopplungen.

In der Meanfield-Näherung des Λ -Nukleon-Modells wurde schließlich die Struktur von Hyperkernen untersucht. Die Wellenfunktionen der Λ s zeigten eine starke Delokalisation, die durch die relative Schwäche der Λ -Nukleon-Wechselwirkung zustande kommt. Dies führt zu einer großen Sensitivität der Λ -Einteilchenspektren auf die nukleonische Dichteverteilung. So können Einfach- Λ -Hyperkerne ideal zur Untersuchung dieser eingesetzt werden, da das einzelne Λ den Rumpfkern nur unwesentlich stört und ohne Behinderung durch Pauli-Verbote oder eine Verwaschung durch Vielteilcheneffekte die gesamte Nukleonendichte abtasten kann. Die Einteilchenspektren der berechneten Λ -Hyperkerne zeigen aufgrund der schwachen Kopplungen eine sehr kleine Spin-Bahn-Aufspaltung, die auch durch experimentelle Beobachtungen bestätigt wird.

Eine Extrapolation zu Multi- Λ -Hyperkernen wurde durchgeführt und deren Stabilitätseigenschaften und Struktur in Abhängigkeit von ihren Konstituenten analysiert. Es zeigt sich, daß durch das Hinzufügen von Λ -Hyperonen zu einem stabilen Kern, sowie durch ein Substituieren von Neutronen und Protonen durch Λ s, die Bindungsenergie des Kerns bei einer bestimmten Anzahl Λ s maximal wird. Die funktionale Form der Abhängigkeit der Bindungsenergie von den Konstituenten wurde schließlich in einer auf Λ s erweiterten Bethe-Weizsäcker-Massenformel parametrisiert. Daraus ließen sich dann Stabilitätseigenschaften für Λ -Nukleon-Materie ableiten. Es zeigte sich, daß der stabilste Λ -Hyperkern in dieser Parametrisierung noch im Bereich der am tiefsten gebundenen Isospin-Kerne liegt und zu einem lediglich geringfügig höheren Strangeness-Anteil, aber zu einem merklich kleineren Ladungs-Anteil hin verschoben ist.

Der Vergleich mit experimentellen Daten zeigte eine sehr gute Übereinstimmung der Vorhersagen des Modells mit diesen. Sowohl die relative Struktur der Einteilchenspektren, als auch die absoluten Energien werden gut beschrieben. Die mikroskopische Behandlung der Wechselwirkung führt auch im Vergleich zu phänomenologischen Modellen zu ausgezeichneten Ergebnissen. Sie läßt im Gegensatz zu diesen Einblicke in die elementare Wechselwirkungsstruktur der Baryonen zu, woraus sich wichtige Informationen für ein genaueres Verständnis der hadronischen Wechselwirkungen ziehen lassen.

Zukünftige spektroskopische Experimente, wie sie zum Beispiel an der GSI in Darmstadt und an der Japanese-Hadron-Facility geplant sind, werden dringend benötigt, um die momentan noch bestehenden großen Unsicherheiten in den experimentellen Daten zu beheben. Aus der Erzeugung von $|S| = 2$ -Hyperkernen werden sich dann Informationen über die Λ - Λ -Wechselwirkung, sowie über die Ξ -Nukleon-Wechselwirkungen ziehen lassen, die für eine Erweiterung des hier vorgestellten Modells auf Ξ s und den zusätzlichen Austausch von Strange-Mesonen notwendig sind. Es wird weiterhin notwendig sein, mikroskopische Rechnungen für die Λ -Nukleon- und die Λ - Λ -Wechselwirkung durchzuführen, um diese vollständig konsistent zu implementieren.

A1.

Lösung der stationären Dirac Gleichung für sphärische Systeme

Für sphärisch symmetrische Systeme, wie zum Beispiel Kerne mit abgeschlossenen Schalen, ist die stationäre Dirac Gleichung gegeben durch (2.79):

$$\begin{aligned} H\psi &= [\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta (M - \Sigma_s(r)) - \Sigma^0(r)] \psi \\ &= E\psi \end{aligned} \quad (\text{A1.1})$$

Diese Dirac Gleichung wird gelöst durch den folgenden Ansatz für die Wellengleichung:

$$\psi_{jm}^{\kappa\tau_3} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} F_j^{\kappa\tau_3}(r) \mathcal{Y}_{jm}^{l=j+\frac{1}{2}\omega} \\ iG_j^{\kappa\tau_3}(r) \mathcal{Y}_{jm}^{l=j-\frac{1}{2}\omega} \end{pmatrix} \quad (\text{A1.2})$$

Die Paritätseigenzustände werden unterschieden durch $\kappa = \pm 1$, Protonen sind mit $\tau_3 = +1$ und Neutronen mit $\tau_3 = -1$ bezeichnet. Die spinorwertigen verallgemeinerten Kugelflächenfunktionen sind definiert durch:

$$\mathcal{Y}_{jm}^{l=j\pm\frac{1}{2}\omega}(\theta, \varphi) = \sum_{m_l, m_s} i^l Y_{lm_l}(\theta, \varphi) \chi(\frac{1}{2}m_s) \left\langle lm_l \frac{1}{2}m_s \middle| jm \right\rangle. \quad (\text{A1.3})$$

Sie setzen sich aus einer Kugelflächenfunktion Y_{lm_l} und einem Spinor $\chi(\frac{1}{2}m_s)$ zusammen, die über den Clebsh-Gordan Koeffizienten $\langle lm_l \frac{1}{2}m_s | jm \rangle$ zu einem Gesamtdrehimpuls j und magnetischer Quantenzahl m gekoppelt sind. Die Radialwellenfunktionen $F_j^{\kappa\tau_3}(r)$ und

$G_j^{\kappa\tau_3}(\mathbf{r})$ sind die Lösungen eines gekoppelten Differentialgleichungssystems [Bjo 65]. Durch Elimination der unteren Komponente erhält man eine effektive Wellengleichung für $F(\mathbf{r})$:

$$\left[\partial_r^2 + \frac{\partial_r(\Sigma_s + \Sigma^0)}{E + M - \Sigma_s - \Sigma^0} \left(\partial_r + \frac{\eta}{r} \right) - \frac{\eta(\eta + 1)}{r^2} + (E - \Sigma^0)^2 - (M - \Sigma_s)^2 \right] F_j^{\kappa\tau_3}(\mathbf{r}) = 0 \quad (\text{A1.4})$$

Hierbei ist $\eta = \kappa(j + \frac{1}{2})$. Σ^0 beinhaltet die Wechselwirkungen mit den Vektormesonen und, für das Proton, zusätzlich jene mit dem statischen Coulomb Feld. In Σ_s ist die Wechselwirkung mit dem skalaren isoskalaren σ enthalten. Die untere Komponente kann aus $F(\mathbf{r})$ durch

$$G(\mathbf{r}) \frac{1}{\sqrt{E + M - \Sigma_s - \Sigma^0}} \left(\partial_r + \frac{\eta}{r} \right) F(\mathbf{r}) \quad (\text{A1.5})$$

berechnet werden. Aus (A1.1) können nun durch nichtrelativistische Reduktion das Zentralpotential (U_c) und das Spin-Bahn Potential (U_{so}) extrahiert werden [Jam 87]:

$$U_c = \Sigma_s - \frac{E}{M} \Sigma^0 - \frac{1}{2M} (\Sigma_s^2 + \Sigma^{0^2}) \quad (\text{A1.6})$$

$$U_{so} = \frac{1}{2M} \frac{\partial_r(\Sigma_s + \Sigma^0)}{E + M - \Sigma_s - \Sigma^0} \quad (\text{A1.7})$$

In erster Ordnung ist das Zentralpotential durch die Differenz aus Vektor- und Skalarpotentialen gegeben

$$U_c = \Sigma_s - \Sigma^0, \quad (\text{A1.8})$$

während das Spin-Bahn Potential die Summe aus Vektor- und Skalarpotentialen enthält.

A2.

Parametrisierungen und Konstanten

A2.1 Parameter des Modells mit Λ s

Teilchenspektrum

	Masse
Neutron (p)	939.0 MeV
Proton (n)	939.0 MeV
Lambda (Λ)	1115.0 MeV
σ	550.0 MeV
ω	782.6 MeV
ρ	770.0 MeV
Photon (γ)	–

Konstante Kopplungen

g_i^j	n	p	Λ
ρ	4.038	4.038	0.0

Dichteabhängige Kopplungen:

i Γ_i^j	σ			ω		
	p	n	Λ	p	n	Λ
$a_{1,i}$	248.395	248.395	59.640	179.038	179.038	46.934
$a_{2,i}$	1.2102	1.2102	1.2102	1.2889	1.2889	1.2889
$a_{3,i}$	1.6277	1.6277	1.6277	1.7771	1.7771	1.7771

Die Parametrisierung der dichteabhängigen Kopplungen ist die in (2.44) vorgestellte:

$$\frac{g_i(k_F)}{g_i(k_{F,o})} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_{n,i} \left(1 - \frac{k_F}{k_{F,o}}\right)^n, \quad i = \sigma, \omega \quad (\text{A2.1})$$

Die Λ Kopplungen entsprechen einer Verwendung von $R_\sigma = 0.490$ und $R_\omega = 0.540$.

A2.2 Parameter des phänomenologischen RMF Modells [Ruf 90]

Teilchenspektrum

	Masse
Neutron (p)	938.0 MeV
Proton (n)	938.0 MeV
Lambda (Λ)	1115.0 MeV
σ	499.31 MeV
ω	780.00 MeV
ρ	763.0 MeV
Photon (γ)	–

Kopplungen

g_σ	9.939
g_ω	12.529
g_ρ	4.963
b_2	-10.647
b_3	-28.388
R_σ	0.464
R_ω	0.481

A3.

Die Bethe-Weizsäcker-Massenformel

Die Bethe-Weizsäcker-Massenformel ist ein extrem einfaches Kernmodell, das sich den flüssigkeitsähnlichen Charakter von Kernmaterie zunutze macht. Man spricht daher auch vom Tröpfchenmodell des Kerns. Es ist aufgrund seiner Einfachheit nur in der Lage, das Verhalten der Bindungsenergien in Abhängigkeit von der Massenzahl A und der Kernladungszahl Z zu erklären, und darüber die Systematik der Kernmassen. Zum hier vorgestellten einfachsten Fall des Flüssigkeitstropfen-Modells existieren auch verschiedene Erweiterungen, wie etwa das Strutinsky-Modell, welches Schaleneffekte mit einbezieht (siehe hierzu zum Beispiel [Pre 75]).

Beim Tröpfchenmodell wird davon ausgegangen, daß sich der Kern wie ein Tropfen eines inkompressiblen Mediums verhält, welches durch kurzreichweitige Kräfte mit Sättigungscharakter zusammengehalten wird. Die Bindungsenergie $B(Z, A)$ ist dann durch die Summe aus vier verschiedenen Termen gegeben, die im folgenden vorgestellt werden sollen.

① VOLUMENTERM

Der Volumenterm stellt den Hauptbeitrag der Bindungsenergie eines Kerns dar. Die Volumenenergie kann als die “Kondensationsenergie” des Kerns angesehen werden, die frei wird, wenn sich die Nukleonen zusammenballen. Aufgrund der Kurzreichweitigkeit der Kernkräfte und ihres Sättigungscharakters ist diese Energie proportional zur Massenzahl A , also zum Kernvolumen. Der Volumenterm ist daher gegeben durch:

$$B_v = a_v \cdot A \quad (\text{A3.1})$$

$$a_v < 0$$

② OBERFLÄCHENTERM

Die Nukleonen an der Oberfläche des Tropfens haben weniger Wechselwirkungspart-

ner als die im Inneren befindlichen und sind daher weniger stark gebunden. Dieser Beitrag schwächt die Bindungsenergie des Kerns und wird daher auch als Oberflächenaufweichung bezeichnet. Die Oberfläche des Tropfens ist proportional zum Quadrat des Radius, also proportional zu $A^{2/3}$. So ergibt sich der Oberflächenterm zu:

$$B_s = a_s \cdot A^{2/3} \quad (\text{A3.2})$$

$$a_s > 0$$

③ COULOMB-TERM

Die Bindungsenergie wird weiter verringert durch die positive elektrische Ladung der Protonen. Die Coulomb-Energie einer homogen geladenen elektrischen Kugel mit Radius R ist gegeben durch:

$$E_c = \frac{3}{5} \frac{q}{R}. \quad (\text{A3.3})$$

Daher wird der Coulomb-Term wie folgt angesetzt:

$$B_c = a_c \cdot \frac{Z^2}{A^{1/3}} \quad (\text{A3.4})$$

$$a_c > 0$$

④ SYMMETRIE-TERM

Der Symmetrie-Term begründet sich in der fermionischen Dynamik der Nukleonen. An dieser Stelle wird angenommen, daß sich die Nukleonen wechselwirkungsfrei in einem mittleren Kernpotential bewegen. Diese Annahme ist näherungsweise erfüllt, da die Nukleonen als Fermionen dem Pauli-Prinzip unterliegen und eine Streuung zweier Nukleonen im Grundzustand des Kerns somit stark unterdrückt ist. Ein wechselwirkungsfreies System aus Fermionen wird als Fermi-Gas bezeichnet. Die kinetische Energie eines Fermi-Gases aus n Fermionen-Spezies kann nach den Differenzen der Massen und der Dichten entwickelt werden. Hierbei wird angenommen, daß

$$\frac{\rho_i - \rho_j}{\rho} = \frac{n_i - n_j}{A} \quad (\text{A3.5})$$

$$\text{wobei } A = \sum_i n_i, \quad \rho = \sum_i \rho_i \quad (\text{A3.6})$$

Dann gilt:

$$E_{\text{kin}} = \sum_{i=1}^n \frac{3}{5} \frac{k_F^{(i)^2}}{2M_i} \approx \frac{3}{5} \frac{M_N}{M} E_F^{(0)} A \left[1 + \frac{1}{n^2} \sum_{i < j} \left(\frac{M_i - M_j}{M} \right)^2 - \frac{5}{3n} \sum_{i < j} \frac{M_i - M_j}{M} \frac{n_i - n_j}{A} + \frac{5}{9} \sum_{i < j} \left(\frac{n_i - n_j}{A} \right)^2 + \dots \right] \quad (\text{A3.7})$$

$$M = \sum_i \frac{M_i}{n}, \quad E_F^{(0)} = \frac{k_F^2}{2M_N} \quad (\text{A3.8})$$

In erster nichtverschwindender Ordnung ergibt sich daher für zwei Nukleonenspezies (Protonen und Neutronen), daß

$$E_{\text{kin}} \propto A + \frac{5}{9} \frac{(N - Z)^2}{A}. \quad (\text{A3.9})$$

Der erste Term ist ein (abschwächender) Beitrag zum Volumenterm, also bereits in a_v berücksichtigt. Der zweite Term gibt die funktionale Abhängigkeit des Symmetrieterms von N und Z :

$$B_x = a_x \cdot \frac{(N - Z)^2}{A} \quad (\text{A3.10})$$

$$a_x < 0$$

Aus der Summe dieser vier Terme ergibt sich die Bindungsenergie eines Kernels im Tröpfchenmodell:

$$\begin{aligned} B(N, Z) &= B_v + B_s + B_c + B_x \\ &= a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_x \frac{(N - Z)^2}{A} \end{aligned} \quad (\text{A3.11})$$

Eine gebräuchliche Parametrisierung der Bethe-Weizsäcker-Massenformel ist zum Beispiel durch die Literaturwerte in Tabelle 4.2 gegeben.

Danksagung

An erster Stelle möchte ich Herrn Prof. Dr. Ulrich Mosel für die Aufnahme an sein Institut und die interessante Themenstellung danken.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. Horst Lenske für die ausgezeichnete Betreuung, sein stetes Interesse an meiner Arbeit und die hervorragende Arbeitsatmosphäre. Weiterhin möchte ich ihm noch für die Durchsicht meines Manuskriptes und die daraus hervorgegangenen überaus hilfreichen Anregungen danken.

Ein großer Dank gilt Herrn Dipl. Phys. Frank Hofmann für die erstklassige Hilfe sowohl bei physikalischen, als auch bei programmiertechnischen Hilfeersuchen. Außerdem möchte ich ihm für das Durchsehen meines Skripts danken und für die unermüdliche und direkte Hilfe bei meinen ständigen Fragen.

Ich möchte auch Herrn Dr. Carsten Greiner danken für überaus aufschlußreiche Diskussionen und das bereitwillige zur-Verfügung-stellen seiner großen fachlichen Erfahrung und schriftlicher Materialien auf dem Gebiet der Strangeness-Physik.

Weiterhin danke ich allen Institutsmitgliedern für die überaus angenehme Arbeitsatmosphäre; speziell ist hier die permanente und temporäre Besatzung des Partyzimmers zu nennen, die keiner erheiternden oder erhellenden Diskussion abgeneigt ist.

Auch dem für die Betreuung der Computer zuständigen Team möchte ich für seine Hilfe bei allen aufgetretenen Rechnerproblemen danken.

Elke Jung und Christiane Pausch danke ich für ihre administrative Hilfe.

Spezieller Dank gebührt meinen Eltern für ihre Unterstützung während meiner gesamten Studienzeit. Ein großes Dankeschön möchte ich an dieser Stelle auch noch meiner Mutter für die Berichtigung von Rechtschreibfehlern im Skript aussprechen.

Literaturverzeichnis

- [Aji 95] S. AJIMURA et al., Nucl.Phys. A 585, 173c (1995)
- [Bal 94] S. BALBERG, A. GAL, J. SCHAFFNER, Prog.Theor.Phys.Suppl. 117, 325 (1994)
- [Bal 97] S. BALBERG, N. BARNEA, nucl-th/9709013
- [Ban 90] H. BANDO, T. MOTOBA, J. ZOFKA, In.Journ.Mod.Phys. A 5, 4021 (1990)
- [Ber 79] R. BERTINI et al., Phys.Lett 83B, 306 (1979)
- [Bjo 65] J. D. BJORKEN, S. D. DRELL, *Relativistic quantum fields*, McGraw-Hill (1965)
- [Boe 94a] H. F. BOERSMA, R. MALFLIET, Phys.Rev.C 49, 233, (1994)
- [Boe 94b] H. F. BOERSMA, R. MALFLIET, Phys.Rev.C 49, 1495, (1994)
- [Bro 90] R. BROCKMANN, R. MACHLEIDT, Phys.Rev. C 42, 1965 (1990)
- [Car 98] J. CARO, C. GARCÍA-RECIO, J. NIEVES, nucl-th/9801065
- [Che 84] T.-P. CHENG, L.-F. LI, *Gauge Theory of Elementary Particles*, Oxford University Press, (1984)
- [Dan 53] M. DANYSZ, J. PNIEWSKI, Phil.Mag. 44, 348 (1953)
- [Dov 83] C. B. DOVER, A. GAL, Ann.Phys. 146, 309 (1983)
- [Dov 93] C. B. DOVER, A. GAL, Nucl.Phys. A 560, 559 (1993)
- [Fuj 99] S. FUJII, R. OKAMOTO, K. SUZUKI, nucl-th/9901055
- [Gam 90] Y. K. GAMBHIR, P. RING, A. THIMET, Ann.Phys 198, 132 (1990)
- [Gle 92] N. K. GLENDENNING, D. VON-EIFF, M. HAFT, H. LENSKE, M. K. WEISE, nucl-th/9211012
- [Gra 74] P. GRANGÉ, M. A. PRESTON, Nucl.Phys. A 219, 266 (1974)

- [Gre 92] C. GREINER, P.-G. REINHARD, Z.Phys. A 342, 379 (1992)
- [Hao 93] J. HAO, T. T. S. KUO, A. REUBER, K. HOLINDE, J. SPETH, D. J. MILLENER, Phys.Rev.Lett. 71, 1498 (1993)
- [Had 93] S. HADDAD, M. WEIGEL, Phys.Rev. C 48, 2740 (1993)
- [Hai 98] J. HAIDENBAAUER, W. MELNITCHOUK, J. SPETH, nucl-th/9805014
- [Hal 84] F. HALZEN, A. D. MARTIN, *Quarks & Leptons: An Introductory Course In Modern Particle Physics*, John Wiley & Sons (1984)
- [Hjo 95] M. HJORTH-JENSEN, T. T. S. KUO, E. OSNES, Phys.Rep. 261, 126 (1995)
- [Hor 81/83] C. J. HOROWITZ, B. D. SEROT, Nucl.Phys. A 368, 503 (1981), 399, 529 (1983)
- [Hub 98] H. HUBER, K. WEIGEL, F. WEBER, nucl-th/9811463
- [Jam 87] J. JAMINON, C. MAHAUX, P. ROCHUS, Phys.Rev. C 22, 2027 (1987)
- [Len 95a] H. LENSKE, C. FUCHS, H. H. WOLTER, Phys.Rev.C 52, 3043, (1995)
- [Len 95b] H. LENSKE, C. FUCHS, Phys.Lett.B 345, 355, (1995)
- [Lev 98] G. LEVAI, J. CSEH, P. VAN ISACKER, O. JUILLET, Phys.Lett. B 433, 250 (1998)
- [Mac 87] R. MACHLEIDT, K. HOLINDE, C. ELSTER, Phys.Rep. 49, 1 (1987)
- [Mar 97] S. MARCOS, R. J. LOMBARD, J. MAREŠ, nucl-th/9712039
- [Mil 85] D. J. MILLENER, A. GAL, C.B. DOVER, R. H. DALITZ, Phys.Rev. C 31, 499 (1985)
- [Mos 89] U. MOSEL *Fields, Symmetries and Quarks*, McGraw-Hill Book Company (1989)
- [Mül 99] H. MÜLLER, Phys.Rev. C 59³, im Druck (1999)
- [Neg 82] J. W. NEGELE, Rev.Mod.Phys 54, 913 (1982)
- [Pan 97] P. K. PANDA, R. SAHU, nucl-th/9711047
- [Per 87] DONALD H. PERKINS, *Introduction to high energy physics*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc. (1987)
- [Pes 95] M. E. PESKIN, V. SCHROEDER, *An introduction to quantum field theory*, Addison-Wesley Publishing Company (1995)

- [Pil 91] P. H. PILE et al., Phys.Rev.Lett 66, 2585 (1991)
- [Pov 80] B. POVH, Nucl.Phys. A 335, 233 (1980)
- [Pre 75] M. A. PRESTON, R. K. BHADURI, *Structure of the nucleus*, Addison-Wesley Publishing Company Inc. (1975)
- [Rei 86] P.-G. REINHARD et al., Z.Phys. A 323, 13 (1986)
- [Reu 96] A. REUBER, K. HOLINDE, H.-C. KIM, J. SPETH, Nucl.Phys. A 608, 243 (1996)
- [Rij 99] TH. A. RIJKEN, V. G. J. STOKS, Y. YAMAMOTO, Phys.Rev. C 59, 21 (1999)
- [Rol 94] WILLIAM B. ROLNICK, *The fundamental particles and their interactions*, Addison-Wesley Publishing Company (1994)
- [Ruf 90] M. RUFA et al., Phys.Rev. C 42, 2469 (1990)
- [Sch 93] J. SCHAFFNER, C. B. DOVER, A. GAL, C. GREINER, H. STÖCKER, Phys.Rev.Lett 71, 1328 (1993)
- [Sch 94] J. SCHAFFNER, C. B. DOVER, A. GAL, C. GREINER, D. J. MILLENER, H. STÖCKER, Ann.Phys 235, 35 (1994)
- [Sch 98] H.-J. SCHULZE, M. BALDO, U. LOMBARDO, J. COGNON, A. LEJEUNE, Phys.Rev. C 57, 704 (1998)
- [Ser 86] B. D. SEROT, J. D. WALECKA, Adv.Nucl.Phys 16, 1 (1986)
- [Sto 99a] V. G. J. STOKS, TH. A. RIJKEN, nucl-th/9901028
- [Sto 99b] V. G. J. STOKS, T.-S. H. LEE, nucl-th/9901030
- [Tsu 97] K. TSUSHIMA et al., nucl-th/9707022
- [Vid 98a] I. VIDAÑA, A. POLLS, A. RAMOS, M. HJORTH-JENSEN, nucl-th/9805032
- [Vid 98b] I. VIDAÑA, A. POLLS, A. RAMOS, M. HJORTH-JENSEN, nucl-th/9809060
- [Vre 97] D. VRETENAR, P. PÖSCHL, G. A. LALAZISSIS, P. RING, nucl-th/9709046
- [Yuk 35] H. YUKAWA, Proc.Phys.Math.Soc. Japan 17, 48 (1935)
- [Zho 98] ZHONG-YU MA, J. SPETH, S. KREWALD, BAO-QIU CHEN, Nucl.Phys A 608, 305 (1998)